



**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

LUCAS ALVES DE LIMA

**ANÁLISE DINÂMICA DE VIGAS E PÓRTICOS**

**Brasília – DF  
2019**

LUCAS ALVES DE LIMA

**ANÁLISE DINÂMICA DE VIGAS E PÓRTICOS**

Trabalho de conclusão de curso  
como requisito para aprovação no  
programa de Graduação em  
Engenharia Civil.

Orientador: MSc. Henrique Campos  
Junior

**Brasília - DF  
2019**

LUCAS ALVES DE LIMA

**ANÁLISE DINÂMICA DE VIGAS E PÓRTICOS**

Trabalho de conclusão de curso  
como requisito para aprovação no  
programa de Graduação em  
Engenharia Civil,

Orientador: MSc.Henrique Campos  
Junior

Aprovado em:

BANCA EXAMINADORA

\_\_\_\_\_ \_/\_\_\_/\_\_\_

MSc Henrique Campos

\_\_\_\_\_ \_/\_\_\_/\_\_\_

MSc Carlos Henrique Geber Oliveira

\_\_\_\_\_ \_/\_\_\_/\_\_\_

DSc Abdoul Aziz Diene

Dedico este trabalho a minha esposa Megan, meus pais Wagner e Isaete, minhas avós que foram meus alicerces nesses anos para que fosse possível chegar até aqui.

## AGRADECIMENTO

Agradeço em primeiro lugar à DEUS por ser a base das minhas conquistas;

Aos meus pais Wagner e Isaete, por acreditar e terem interesse em minhas escolhas, apoiando-me e esforçando-se junto a mim, para que eu suprisse todas elas, nos momentos difíceis por onde passei na dificuldade de escolha e por onde caminha, não tendo uma necessidade extrema de que por onde eu andasse eles me apoiassem.

O professor e mestre Henrique Silva, por sua dedicação em suas orientações prestadas na elaboração deste trabalho, me incentivando e colaborando no desenvolvimento de minhas ideias.

À todos os meus tios, que sempre ajudaram a mim e aos meus pais, para que eu pudesse ter, da melhor forma, as melhores condições de educação.

Meu tio e padrinho Glauco de Lima e ao meu primo Carlos Eduardo, companheiros de todas as horas.

À família Silva e Ethridge, por toda atenção e respeito, e em especial minha esposa Megan Silva, companheira de todos os momentos nessa jornada, por compartilhar comigo as alegrias e dar força para superar tristezas, pelo amor, respeito, compreensão, paciência, amizade, e por sempre incentivar meu crescimento profissional.

Às minhas avós Maria do Socorro e Iraci.

Ao meu amigo Carlos Henrique por me auxiliar nos meus momentos mais difíceis na graduação podendo me dar luz e me ajudar a manter minha cabeça no caminho correto.

A minha amiga Luciana Bispo, que me auxiliou na edição do presente trabalho e na maioria das vezes em organizar minhas ideias a respeito do mesmo.

A todos os professores do Programa de Graduação em Engenharia Civil da Universidade Paulista, que contribuíram de forma direta e/ou indireta no meu crescimento profissional.

E por fim, ao professor Henrique Silva Campos Junior, pela amizade, paciência, dedicação e disponibilidade para contribuir de forma direta na composição deste trabalho. E, principalmente por todos os ensinamentos, e por mostrar que sempre há algo a mais a ser buscado.

*“Todo mundo quer, obviamente, ser bem-sucedido, mas eu quero ser visto como inovador, muito confiável e ético e, finalmente, fazer uma grande diferença no mundo.”*

*(Sergey Brin)*

## RESUMO

LIMA, Lucas Alves. **Análise Dinâmica de Vigas e Pórticos**. 2019. 75 f. TCC (Graduação) – Curso de Engenharia Civil – Universidade Paulista, Brasília, 2019.

Atualmente, há um aumento na necessidade de estudos a respeito de respostas dinâmicas de estruturas, por crescer as ocorrências sísmicas, tanto no Brasil quanto nos países vizinhos. É inevitável o desenvolvimento de metodologia de cálculos destinados aos desafios que aparecem ao passar dos anos. Um dos principais fatores é assegurar a segurança das estruturas relacionada aos efeitos causados por sismos. Mesmo o Brasil estando situado parcialmente em uma placa tectônica é possível à ocorrência de sismos intraplaca, tendo em vista que no passado sísmológico do país houve ocorrências de casos em grande escala. Torna-se necessário e viável, o estudo dinâmico das estruturas. Utilizando-se de métodos analíticos para que fosse possível a validação do problema no método em elementos finitos, foi utilizado o programa ANSYS 18.1, para que fosse possível encontrar respostas modais e harmônicas juntamente com seus deslocamentos de cada estrutura trabalhada.

Palavra-chave: Dinâmica das estruturas. Respostas modais. Respostas harmônicas.

## ABSTRACT

LIMA, Lucas Alves de; **Dynamic Analysis of Beam and Frame**. 75 pages.  
Theses (Graduation) – Civil Engineering Course, Universidade Paulista,  
Brasília, 2019.

Currently there is an increase in need for studies on dynamic structural responses, due to the increase in seismic occurrences, both in Brazil and in neighboring countries, and the development of methodology for calculating the challenges that appear over the years is inevitable. One of the main factors and ensure is the safety of structures related to the effects caused by earthquakes. Even Brazil being partially located in a tectonic plate is possible the occurrence of intraplate earthquakes, considering that in the seismological past of the country there were occurrences of cases at large scales. Dynamic study of structures is necessary and feasible. Using mathematical methods to allow the validation of the problem in the finite element method, ANSYS 18.1 program was used, so that it was possible to find modal and harmonic responses along with their displacements of each worked structure.

Key words: Structure Dynamics. Modal Responses. Harmonic Responses

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 Etapas da Metodologia.....	5
Figura 2 - Primeiro abalo na história e que foi seguido de um tsunami. ....	8
Figura 3 Falhas são fissuras ao longo do movimento das quais houve movimento relativo entre os blocos separados. A classificação dos vários tipos de falhas é feita com base na orientação do movimento ao longo do plano do plano de fratura. ....	9
Figura 4 - Ondas Sísmicas.....	10
Figura 5 Epicentro Intraplaca no Brasil e Países vizinhos.....	14
Figura 6 - Sismo de João Câmara – RN em 1986.....	15
Figura 7- Mapa de Perigo sísmico na América do Sul .....	16
Figura 8 - Resposta há uma carga dinâmica.....	18
Figura 9 - Agitação do solo tem maneiras diferentes de afetar estruturas. ....	19
Figura 10 - Gerando força inercial.....	20
Figura 11 - Deformação estrutural.....	20
Figura 12 - componentes básicos de um sistema dinâmico com um grau de liberdade (a) e seu diagrama de corpo livre (b). Na figura, $k$ é a rigidez da mola; $c$ , a constante de amortecimento viscoso (proporcional a velocidade); $m$ , a massa do sistema; $x(t)$ , o deslocamento do bloco e $p(t)$ , a força aplicada.....	21
Figura 13 - Vibrações livres em um sistema com amortecimento subcrítico ....	23
Figura 14 - Modo de Vibração viga bi-apoiada.....	26
Figura 15 - Viga Bi apoiada.....	28
Figura 16 - Viga Engastada.....	29
Figura 17 - Pórtico Espacial de Um (1) pavimento .....	29
Figura 18 - Pórtico Espacial Dois (2) Pavimentos .....	30
Figura 19 - Viga Bi Apoiada.....	36
Figura 20 - Viga Bi Apoiada CROSS SECTION .....	37
Figura 21 - Viga Engastada com borda livre .....	37
Figura 22 - Viga Engastada com borda livre CROSS SECTION.....	38
Figura 23 - Pórtico com um Pavimento .....	38
Figura 24 - Pórtico com um Pavimento CROSS SECTION.....	39
Figura 25 - Pórtico com dois Pavimentos.....	39
Figura 26 - Pórtico com dois Pavimentos CROSS SECTION .....	40

Figura 27 - Cálculo Analítico dos Modos Harmônicos par Viga bi apoiada .....	41
Figura 28 - Cálculo Analítico dos Modos Harmônicos par Viga engastada com borda livre.....	42
Figura 29 - Primeiro Modo de Vibração Viga bi apoiada .....	43
Figura 30 - Frequência de Vibração do Primeiro Modo de Vibração.....	44
Figura 31 - Segundo Modo de Vibração Viga bi apoiada .....	44
Figura 32 - Frequência de Vibração do Segundo Modo de Vibração.....	45
Figura 33 - Terceiro Modo de Vibração Viga bi apoiada .....	45
Figura 34 - Frequência de Vibração do Terceiro Modo de Vibração .....	46
Figura 35 - Primeiro Modo de Vibração Viga Engastada com uma Borda Livre .....	46
Figura 36 - Frequência de Vibração do Primeiro Modo de Vibração.....	47
Figura 37 - Segundo Modo de Vibração Viga Engastada com uma Borda Livre .....	47
Figura 38 - Frequência de Vibração do Segundo Modo de Vibração.....	48
Figura 39 - Terceiro Modo de Vibração Viga Engastada com uma Borda Livre	49
Figura 40 - Frequência de Vibração do Terceiro Modo de Vibração .....	49
Figura 41 - Validação da taxa de erro para viga bi apoiada .....	50
Figura 42 - Validação da taxa de erro para viga engastada.....	50
Figura 43 - Pior Hipótese Modal do Pórtico Espacial com 1 nível .....	51
Figura 44 - Frequência Modal do Pórtico Espacial com 1 nível.....	51
Figura 45 - Pior Hipótese Modal do Pórtico Espacial com 2 níveis .....	51
Figura 46 - Frequência Modal do Pórtico Espacial com 2 níveis.....	52
Figura 47 - Gráfico da Frequência em Função da Amplitude Caso 1.....	52
Figura 48 - Deformação Total para Amplitude máxima Caso 1 .....	52
Figura 49 - Frequência e Amplitude máxima Caso 1 .....	53
Figura 50 - Gráfico da Frequência em Função da Amplitude Caso 2.....	53
Figura 51 - Deformação Total para Amplitude máxima Caso 2.....	53
Figura 52 - Frequência e Amplitude Máxima Caso 2 .....	54
Figura 53 - Gráfico da Frequência em Função da Amplitude da Pior Hipótese Caso 3.....	55
Figura 54 - Deformação Total da Pior Hipótese do Pórtico Espacial Caso 3 ...	55
Figura 55 - Frequência e Amplitude Máxima Caso 3 .....	55

Figura 56 - Gráfico da Frequência em Função da Amplitude da Pior Hipótese do Pórtico Espacial Caso 4 .....	55
Figura 57 - Deformação Total da Pior Hipótese do Pórtico Espacial Caso 4 ...	56
Figura 58 - Frequência e Amplitude Máxima Caso 4 .....	56

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Principais escalas de magnitude.....	11
Tabela 2 Energia relacionada à magnitude dos abalos sísmicos.....	11
Tabela 3- Escala de Intensidade Mercalli Modificada .....	12
Tabela 4 - Sismos mais importantes do Brasil. ....	15

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO .....	1
1.1 Justificativa .....	2
1.2 Problema .....	3
1.3 Objetivos .....	4
1.3.1 Objetivo Geral .....	4
1.3.2 Objetivo Específico .....	4
2. METODOLOGIA.....	4
2.1. Estudo do Tema .....	5
2.2. Estudo das Equações.....	5
2.3 Programa Computacional.....	6
3. REFERENCIAL TEÓRICO .....	7
3.1 Desenvolvimento Teórico .....	7
3.1.1. Introdução .....	7
3.1.2 Descrição de um Abalo Sísmico .....	8
3.1.2 Magnitude de um Abalo Sísmico .....	10
3.1.3 Intensidade de um Abalo Sísmico.....	11
3.1.4 Sismicidade no Brasil.....	13
3.1.5 Metodologia para Cálculo .....	16
3.1.6 Formulação das Equações.....	21
4. DESENVOLVIMENTO NUMÉRICO (ANSYS).....	26
4.1 Introdução .....	26
4.2 O Software ANSYS .....	27
4.3 Hipóteses, Simplificações e Considerações.....	28
4.4 Geometria e Considerações Estruturais do Modelo .....	28
4.4.1 Modelo de Utilização Numérica .....	30

5.1 Solução Analítica.....	32
5.1.1 Introdução .....	32
5.1.2 Hipóteses e Considerações .....	32
5.2 Modelagem Numérica .....	33
5.2.1 Introdução .....	33
5.2.2 Elementos Utilizados .....	34
5.2.3 Modelos e Dados a Considerar nos Casos de Validação .....	35
6. RESULTADOS .....	40
6.1 Introdução .....	40
6.2 Comparação de Dados.....	40
6.2.1 Dados Analíticos .....	40
6.2.2 Dados Numéricos para Vigas Bi apoiadas e Engastadas com Borda Livre .....	42
6.2.3 Comparativo dos Dados Caso 1 e 2 .....	49
6.2.4 Estudo de Caso 3 e Caso 4 .....	50
6.2.5 Respostas Harmônicas com Carregamento .....	52
6.3 Considerações Finais .....	56
7. CONCLUSÕES, PERSPECTIVAS E RECOMENDAÇÕES .....	57
7.1 Síntese do Trabalho e Conclusões .....	57
7.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	58
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS .....	60



## 1. INTRODUÇÃO

Em busca da construção de estruturas cada vez maiores e mais esbeltas, com materiais cada vez mais leves e diferentes condições de solicitações, percebeu a necessidade da criação de modelos matemáticos e computacionais que proporcionasse a representação, com maior fidelidade, o real comportamento estrutural. Projeto, cálculo e execução rigorosos são necessários para a concepção deste tipo de estrutura. Pode-se dizer que a consideração de carregamentos excepcionais, em estruturas de grande porte, não é nenhum exagero, tendo em vista a importância social (CAMPOS JÚNIOR, 2011).

Partindo dessa premissa, os sismos são causados pela liberação de energia acumulada no interior da terra, que origina ondas elásticas que se propagam por todo o planeta (BIANCHI, 2016).

Por um longo período no Brasil, acreditou-se que se estivesse a salvo de terremotos, por estarmos localizados em cima de uma placa tectônica. No entanto, sabemos que terremotos podem ser inclusive gerados em regiões chamadas “interplacas”, nessas regiões os tremores são geralmente mais leves. Esses sismos ocorrentes no Brasil são gerados por fissuras presentes na placa (DECICINO, 2008).

Um primeiro estudo do Departamento de Geografia do Instituto de Geociência da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) identificou cerca de 48 fissuras na placa espalhadas pelo território nacional (AYRES, 2015).

De acordo com Ribeiro (2006), desde a década de 70, estudos sismológicos mostram que, ao contrário do imaginário popular, as atividades sísmicas em nosso país estão em constante manifestação. Sismos de moderada magnitude vêm ocorrendo em várias regiões do país.

Assim, ocorrem cada ano no Brasil, em média, cerca de vinte sismos com magnitude maior que 3, dois sismos com magnitude maior que 4, 0,2 sismos com magnitude maior que 5 (uma cada 5 anos, por exemplo), 0,02 sismos com magnitude maior que 6 (RIBEIRO, 2006).

Tais fatos revelam que estamos supostos a diversos eventos em nosso país mesmo sendo de pequena relevância, mesmo assim tendo a possibilidade de ocorrência da mesma forma.

Estes carregamentos dinâmicos são previstos nas normas da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) para que sejam feitas as devidas combinações de carga ao longo da vida útil da estrutura. Contudo, muito ainda pode ser estudado para que seja capaz de considerar tais combinações nos projetos. Obtendo-se uma prevenção maior, e ter uma maior segurança contra tais eventos que ocorrerão futuramente a relacionado à destes carregamentos que são tão pouco considerados em cálculos estruturais atualmente.

Nos dias atuais, há uma necessidade de disseminação do ensino do cálculo a respeito de tais carregamentos para estruturas existentes em normas da ABNT, como bem a Norma Brasileira (NBR) Projeto de Estruturas Resistentes a Sismos 15421:2006, Projeto de Estruturas de Concreto 6118:2014.

Muitas das teorias que tratam da análise dinâmica das estruturas ainda são pouco exploradas nos projetos a nível nacional. E neste contexto, visando explorar esta área, vislumbra-se fazer a análise dinâmica de parte de uma estrutura de edificação (Pórtico), observar analiticamente e numericamente os diversos parâmetros inerentes à análise, e ponderando sobre o quanto tais análises podem onerar nossos projetos.

## **1.1 Justificativa**

A partir da problemática a ser estudada, e considerando o grau de complexidade de uma análise analítica, a análise dinâmica de uma estrutura pode ser feita utilizando-se de software. E esse sistema que possibilita encontrar com maior facilidade a frequência natural de vibração da estrutura. Tais *softwares* utilizam-se do modelo de cálculo através de elementos finitos e permitem uma análise mais célere e eficaz.

Ao empregar o modelo matemático e computacional, faz-se uso do ANSYS - Estrutural (*Analysis System - Structure*) para se efetivar a análise dinâmica. Assim sendo, verifica-se principalmente a frequência natural de vibração de vigas e pórticos e sendo testados em sequência com diferentes tipos de carregamentos em seu determinado modelo matemático.

Com ênfase no estudo dos modelos analíticos e numéricos, no qual busca a frequência natural de vibração manual e por *software* computacional (ANSYS), os dados demonstrados pelo programa visam expor os possíveis efeitos que ocasionam o encurtamento da vida útil da estrutura.

Ao descobrir a frequência natural de vibração pelo modelo analítico, serão executados no ANSYS carregamentos mais complexos. Com o intuito na compreensão da forma que tais carregamentos agem em determinados tipos de viga e pórtico.

## **1.2 Problema**

No Brasil pelo fato de se ocorrer sismos de baixa escala Richter quase não se é levado em consideração os cálculos em nossos projetos (as cargas dinâmicas), porém com determinados acontecimentos, atualmente relacionados aos sismos, que estão ocorrendo com maior frequência no país, tornou-se necessário levar em consideração tais cargas, como é de conhecimento no país.

No século passado ocorreram em determinados períodos sismos com escala Richter acima do que se é previsto em normas para dimensionamento de estruturas. Tratando-se de obras, devem-se levar em consideração cargas excepcionais, provenientes da carga dinâmica na qual atribui a importância na segurança da comunidade.

Caso ocorresse um abalo sísmico de grande escala no país como houve no passado, nossas estruturas suportariam tal carga dinâmica? Quais motivos para que os projetistas, no Brasil, não levem em consideração em seus cálculos as cargas dinâmicas para dimensionamento estrutural?

As normas, Projeto de Estruturas de Concreto 6118:2014 e Projeto de Estruturas Resistentes a Sismos 15.421:2006 estabelece a importância para o dimensionamento estrutural no Brasil e ao mesmo tempo percebe-se que diversos engenheiros estruturais não faz uso de tais normas para seus próprios projetos. Atualmente, diversos estudos comprovam a relevância de tais cargas para o dimensionamento estrutural. Havendo também serem acrescentados no curso de graduação os estudos desses tipos oriundos de cargas.

## 1.3 Objetivos

### 1.3.1 Objetivo Geral

Este trabalho visa à contribuição bibliográfica e descritiva acerca dos aspectos que envolvem o estudo de análise dinâmica de estruturas, tais como: modelos, métodos e hipóteses de cálculos apropriados estudando formas de se encontrar as frequências de vibrações naturais das estruturas e os três primeiros modos de vibração para vigas e pórticos.

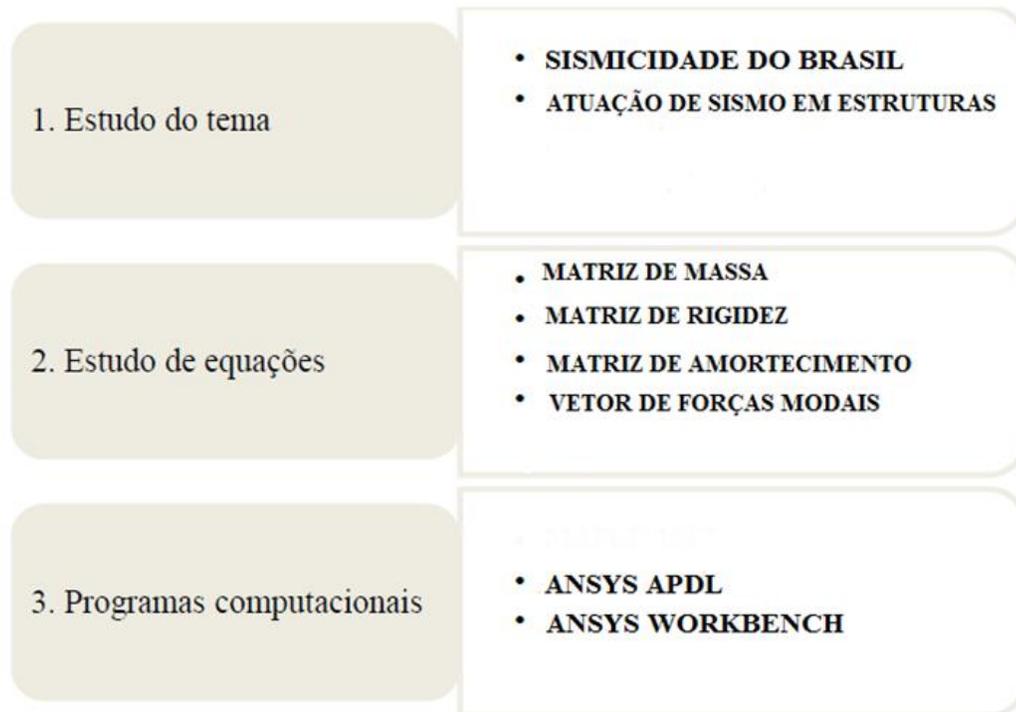
### 1.3.2 Objetivo Específico

- Mensurar por cálculo manual e computacional a frequência de vibração natural de uma estrutura com um **Grau de Liberdade** e múltiplos **Graus de Liberdade**.
- Comparar os valores encontrados a partir de cada método (analítico e numérico).
- Entender o comportamento de tais estruturas a partir dos seus três primeiros modos de vibração e assim compreender seus momentos críticos.

## 2. METODOLOGIA

Este trabalho foi desenvolvido com base nos seguintes tópicos descritos de forma resumida pela Figura 1.

Figura 1 Etapas da Metodologia.



Fonte: Coelho (2016)

## 2.1. Estudo do Tema

Conceitos básicos são fundamentais para o entendimento do problema. Desta forma, a primeira etapa do trabalho consiste em entender e definir os elementos necessários para o desenvolvimento de soluções analíticas e numéricas. Primeiro houve uma abordagem geral das estruturas e seus devidos graus de liberdade.

## 2.2. Estudo das Equações

Os fundamentos teóricos explicam qualquer problema, desde que, as equações sejam aplicadas e tratadas corretamente. As equações que serão aplicadas no decorrer do trabalho fazem com que as soluções possam ser tratadas das formas mais diretas e corretas possíveis, tais equações estão diretamente direcionadas ao estudo das

frequências naturais de vibração estrutural para que se possa ser visto os casos da influência de abalos sísmicos em estruturas e danos causados na mesma.

Partindo do pressuposto de que para alguns modelos analíticos terá a comparação com o numérico e para isso se fará a utilização do *software* ANSYS para a modelagem das estruturas e ver a ação de carregamentos dinâmicos nessas.

### **2.3 Programa Computacional**

Para a expansão das séries das soluções analíticas utilizou-se o ANSYS para as análises numéricas as quais se tomaria uma maior quantidade de tempo para resolução analítica sendo assim feita em forma numérica.

ANSYS *WORKBENCH* – este possui uma interface mais amigável que o anterior, e uma maior facilidade de implementação e obtenção dos resultados, motivo pelo qual foi utilizado. No *WORKBENCH* não é necessário escolher o tipo de elemento, o programa define por *default*, a menos que se queira trabalhar com um elemento específico.

Os passos para a solução via ANSYS *WORBENCH* são:

a. Escolha do tipo de análise do sistema: *Static Structural* para análise estrutural estática. Após a análise Estática são adicionadas as análises *Modal*, *Harmonic Response* e *Spectrum Response*, para que possa ser geradas as soluções necessárias para as devidas avaliações com respeito as frequências naturais de vibração e respostas harmônicas para determinar como estrutura se comporta com um determinado carregamento e uma frequência (Coelho; 2016).

b. Em *ENGINEERING DATA* são inseridas todas as propriedades dos materiais utilizados na análise.

c. No *GEOMETRY* é desenhada a geometria do corpo por meio de pontos e linhas com a adição em suas linhas o *cross section*, pois este determina o tipo do material e a seção com que estará trabalhando.

d. Em *MODEL* define-se malha, Condições de Contorno e Condições Iniciais dos elementos. Utilizam-se ferramentas para darem-se os resultados adequados para todas

as análises desenvolvidas. São definidos também os pontos em que se deseja solução em função do tempo, em coordenadas.

O processo de construção em camadas requer um maior tempo de análise, pois para cada uma delas são inseridas duas Condições de Contorno existentes a partir da sua construção, condição inicial, que é a os apoios e forças utilizadas.

Para a geração de frequência natural de cada tipo de estruturas denominam-se as condições de contorno, para obterem-se os resultados dos três primeiros modos harmônicos.

Para a geração de respostas harmônicas é necessária à utilização de uma carga e uma carga em Hertz (Hz) inicial e final, para obtenção de uma resposta.

Na análise de resposta espectro utiliza-se como condição inicial para aceleração frequência e aceleração, para *displacement* (deslocamento) usa-se como condição de inicial frequência e o deslocamento e para velocidade usa-se a frequência e a velocidade para obtenção dos resultados.

### **3. REFERENCIAL TEÓRICO**

#### **3.1 Desenvolvimento Teórico**

##### **3.1.1. Introdução**

O estudo científico a respeito de sismos teve início após um tremor seguido de tsunami ocorrente em Lisboa em novembro de 1755 (Figura 2), acarretando com a destruição quase que completa do país. Este acontecimento levou a curiosidade da comunidade científica a estudar meios para que se pudessem construir edifícios resistentes a abalos sísmicos. Após este evento, houve o início dos estudos a respeito de abalos sísmicos, os primeiros estudos provenientes de abalos foram Kush, na Índia, depois do terremoto de 16 de junho de 1819 e em Nápoles no Sul da Itália em 16 de dezembro de 1857 (RIBEIRO; MOLINA, 2014).

Figura 2 - Primeiro abalo na história e que foi seguido de um tsunami.

## O grande terremoto de Lisboa

Às 9h20 da manhã de 1º de novembro de 1755, Lisboa era varrida pelo primeiro de uma série de três violentos abalos sísmicos. Em breves minutos, uma das mais belas capitais europeias ficaria irreconhecível, irremediavelmente destruída por um dos mais devastadores terremotos da História – que, segundo os sismólogos modernos, terá atingido uma magnitude de 9 na escala Richter. Entre 60 e 100 mil pessoas perderam a vida nos escombros (cerca de metade da população da capital portuguesa na época).



Figura 1: Xilografia tcheca sobre o terremoto de Lisboa datada de finais de 1755 (Original do Museu da Biblioteca Nacional da República Tcheca).

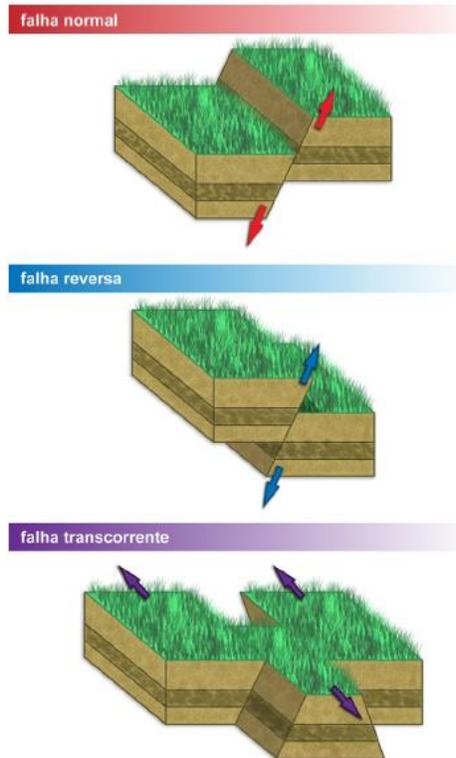
Fonte: Ribeiro; Molina (2014)

Na Itália, o irlandês Robert Mallet fez a primeira tentativa de se aplicar princípios da física para descrever o efeito de um terremoto. Após, outros cientistas trabalharam para o desenvolvimento do primeiro sismógrafo, o qual foi criado pelos cientistas ingleses Gray, Milne e Ewing, no Japão (RIBEIRO; MOLINA, 2014).

### 3.1.2 Descrição de um Abalo Sísmico

A primeira obtenção bem documentada de um abalo sísmico decorrente de sua movimentação ao longo das falhas geológicas foi feita na região de Kuth, na Índia em 1819 (RIBEIRO; MOLINA, 2014). A partir desse evento, pode-se obter a Informação de como ocorre os movimentos do sismo (Figura 3).

Figura 3 Falhas são fissuras ao longo do movimento das quais houve movimento relativo entre os blocos separados. A classificação dos vários tipos de falhas é feita com base na orientação do movimento ao longo do plano do plano de fratura.



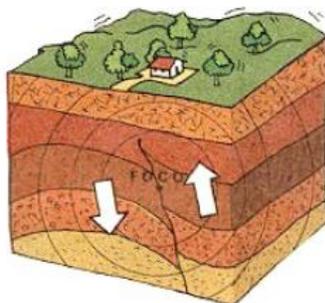
Fonte: Ribeiro; Molina (2014)

Um abalo sísmico (Figura 4) é um movimento brusco e repentino do terreno, normalmente resultante do acúmulo de energias e uma falha nas camadas superficiais da Terra, que causa a liberação de uma grande quantidade de energia quase instantaneamente, gerando ondas elásticas que se propagam pela Terra em todas as direções. Quando a quantidade de energia envolvida no processo é muito grande, o abalo sísmico é chamado de terremoto (MOLINA, 2002 *apud* RIBEIRO, 2006).

A teoria tectônica demonstra que as regiões de encontro entre placas são responsáveis pela quase totalidade da energia sísmica liberada no planeta. Um pequeno percentual restante ocorre em locais distantes destas fronteiras, nas denominadas regiões intraplaca. O território brasileiro, como um todo, situa-se em uma área intraplaca (e razoavelmente não próximo às bordas), o que se reflete, naturalmente, em uma menor atividade sísmica. Explicar a gênese da sismicidade intraplaca é um grande desafio, havendo diversos modelos

propostos para explicar esta atividade conforme Assumpção *et al.* (2014, p.51 apud NÓBREGA; NÓBREGA, 2016).

Figura 4 - Ondas Sísmicas



Fonte: Ribeiro (2006)

### 3.1.2 Magnitude de um Abalo Sísmico

Em 1935, Charles Richter desenvolveu uma escala logarítmica para medida da magnitude de um abalo sísmico. Esta escala de magnitude refere-se à ML, onde L significa local. Nesta escala, o aumento de um ponto implica em um aumento de dez vezes na amplitude da onda sísmica. As ondas sísmicas de um sismo de magnitude igual a três possuem, por exemplo, uma amplitude dez vezes maior que a de um sismo de magnitude igual a dois na escala Richter (United States Geological Survey - USGS, 2005 *apud* RIBEIRO, 2006).

Segundo Paulo Ribeiro (2006), à medida que o número de estações sismográficas aumentava no mundo, ficou evidente que o método proposto por Richter era válido apenas para determinadas frequências e distâncias. Com o objetivo de aproveitar o número crescente de estações sismográficas distribuídas ao longo da Terra, novas escalas foram desenvolvidas (Tabela 1), como uma extensão da ideia original de Richter.

Cada uma dessas escalas é válida para uma frequência particular e um tipo de sinal sísmico específico. Nos seus limites de validade cada uma é equivalente à escala Richter (USGS, 2005 *apud* RIBEIRO, 2006).

Tabela 1- Principais escalas de magnitude.

<b>Sigla</b>	<b>Nome da escala de magnitude</b>
Mw	Momento sísmico
Me	Energia Sísmica
Ms	Ondas de superfície
mb	Ondas de compressão de corpo (P-wave)
mbLg	Ondas de corpo usando ondas longas Lg
ML	Local (Richter)
mR	Regional (Brasil) – Equivalente a escala mb

Fonte: USGS (2005 *apud* Ribeiro 2006)

De acordo com Assumpção e Dias Neto (2000), uma das escalas mais utilizadas para terremotos registrados a grandes distâncias é a magnitude Ms. Os autores explicam que esta escala só é aplicada para sismos com profundidades menores que 50 km, já que sismos mais profundos geram relativamente poucas ondas superficiais.

A Tabela 2 mostra a relação entre magnitude (Ms), amplitude máxima do movimento do chão (A), tamanho da fratura (L), deslocamento médio na fratura (D) e energia liberada (J) (ASSUMPÇÃO et.al., 2000).

Tabela 2 Energia relacionada à magnitude dos abalos sísmicos

<b>Ms</b>	<b>A</b> amplitude a 50 km	<b>L(km)</b> comprimento da ruptura	<b>D</b> deslocamento na falha	<b>Energia</b> (J)	<b>Tempo p/ Itaipu</b> gerar a energia (12.000 MW)
<b>9</b>	1 m	400	10 m	$1,6 \times 10^{18}$	4,5 anos
<b>7</b>	1 cm	30	1 m	$2,1 \times 10^{15}$	2 dias
<b>5</b>	0,1 mm	5	1 cm	$2,8 \times 10^{12}$	4 min.
<b>3</b>	0,1 mm	1	1 mm	$3,6 \times 10^9$	0,3 s

Fonte: Assumpção et.al. (2000)

### 3.1.3 Intensidade de um Abalo Sísmico

De acordo com Ribeiro (2006), a intensidade de um abalo sísmico e uma forma de se fazer uma medida qualitativa dos efeitos produzidos por um sismo em

construções, pessoas, objetos e meio ambiente, não havendo uma relação direta entre intensidade e magnitude. Pois em um local que possa ocorrer um sismo de baixa intensidade porém sua magnitude pode ser catastrófica em um local onde as construções tenha uma má qualidade. Molina (2002 *apud* 2006) diz que, “fatores como a profundidade do foco, a distância epicentral do evento, a geologia da área e a qualidade das construções civis são parâmetros que acabam por determinar o grau 8 de severidade do sismo”. De uma forma indireta, quanto maior for à distância ao epicentro, menor será a intensidade provocada.

A Tabela 3 especifica detalhadamente a Escala de Mercalli Modificada, contendo valores aproximados das acelerações do movimento do solo para cada nível de intensidade.

Tabela 3- Escala de Intensidade Mercalli Modificada

<b>Grau</b>	<b>Descrição dos Efeitos</b>	<b>Aceleração (g)</b>
I	Não sentido. Leves efeitos de período longo de terremotos grandes e distantes.	
II	Sentido por poucas pessoas paradas, em andares superiores ou locais favoráveis.	< 0,003
III	Sentido dentro de casa. Alguns objetos pendurados oscilam. Vibração parecida à da passagem de um caminhão leve. Duração estimada *. Pode não ser reconhecido como um abalo sísmico	0,004 – 0,008
IV	Objetos suspensos oscilam. Vibração parecida à da passagem de um caminhão pesado. Janelas, louças, portas fazem barulho. Paredes e estruturas de madeira rangem.	0,008 – 0,015
V	Sentido fora de casa; direção estimada *. Pessoas acordam. Líquido em recipiente é perturbado. Objetos pequenos e instáveis são deslocados. Portas oscilam, fecham, abrem.	0,015 – 0,04
VI	Sentido por todos. Muitos se assustam e saem às ruas. Pessoas andam sem firmeza. Janelas, louças quebradas. Objetos e livros caem de prateleiras. Reboco fraco e construção de má qualidade racham.	0,04 – 0,08

VII	Difícil manter-se em pé. Objetos suspensos vibram. Móveis quebram. Danos em construção de má qualidade, algumas trincas em construção normal. Queda de reboco, ladrilhos ou tijolos mal assentados, telhas. Ondas em piscinas. Pequenos escorregamentos de barrancos arenosos.	0,08 – 0,15
VIII	Danos em construções normais com colapso parcial. Algum dano em construções reforçadas. Queda de estuque e alguns muros de alvenaria. Queda de chaminés, monumentos, torres e caixas d'água. Galhos quebram-se das árvores. Trincas no chão.	0,15 – 0,30
IX	Pânico geral. Construções comuns bastante danificadas, às vezes colapso total. Danos em construções reforçadas. Tubulação subterrânea quebrada. Rachaduras visíveis no solo.	0,30 – 0,60
X	Maioria das construções destruídas até nas fundações. Danos sérios a barragens e diques. Grandes escorregamentos de terra. Água jogada nas margens de rios e canais. Trilhos levemente entortados.	0,60 – 1,0
XI	Trilhos bastante entortados. Tubulações subterrâneas completamente destruídas	~ 1 - 2
XII	Destruição quase total. Grandes blocos de rocha deslocados. Linhas de visada e níveis alterados. Objetos atirados ao ar.	~2

\*Pode-se ter noção da duração ou da direção do abalo sísmico.

Fonte: Assumpção; Dias Neto (2000)

De acordo com Ribeiro (2006), “a Intensidade Sísmica é uma classificação dos efeitos que as ondas sísmicas provocam em determinado lugar”. Os autores explicam que esta não é uma medida direta, feita com uso de instrumentos, mas simplesmente uma maneira de descrever os efeitos em pessoas (como as pessoas sentiram), objetos, construções (barulho e queda de objetos, trincas ou rachaduras em casas, etc.) e na natureza (movimento de água, escorregamentos, liquefação de solos arenosos, mudanças na topografia, etc.).

### 3.1.4 Sismicidade no Brasil

O Brasil por estar ocupando grande parte da estável Plataforma Sul-Americana, o país foi considerado assísmico até pouco tempo atrás, por não se conhecer a ocorrência de sismos destrutivos (ASSUMPÇÃO; DIAS NETO, 2000).

Como explicado anteriormente, essas escalas não é feita de maneira direta e sim por efeitos produzidos pelo abalo sísmico, como este abalo foi sentido, objetos, movimento de construções, patologias e de natureza (visíveis movimento de água, escorregamentos) (RIBEIRO, 2006).

As distribuições dos epicentros são mais afetadas pela distribuição populacional: quanto mais alta a densidade populacional no sudoeste e nordeste do Brasil, os resultados são grandes números históricos de eventos ocorrentes em tais locais sendo relatados em jornais e livros (ASSUMPÇÃO et al., 2014).

Na Figura 5, podem ser observados todos os sismos catalogados com magnitudes acima de 3.0 (sendo um total de 800 eventos), e as principais províncias geológicas do Brasil (ALMEIDA; NEVES; CARNEIRO, 2000).

Figura 5 Epicentro Intraplaca no Brasil e Países vizinhos.



Fonte: Assumpção et.al., (2014)

Atividades sísmicas históricas no Brasil, demonstrando que no país houve atividade sísmica de grandes escalas sísmicas no passado (Tabela 4).

Tabela 4 - Sismos mais importantes do Brasil.

Ano	Magnitude ( $m_b$ )	Intensidade máx. (MM)	Localidade
1955	6.2		Porto dos Gaúchos - MT
1955	6.1		Litoral de Vitória - ES
1939	5.5	> VI	Tubarão - SC
1983	5.5	VII	Cadajás - AM
1964	5.4		NW de Mato Grosso do Sul
1990	5.2		Plataforma - RS
1980	5.2	VII	Pacajus - CE
1922	5.1	VI	Mogi-Guaçu - SP
1963	5.1		Manaus - AM
1986	5.1	VII	João Câmara - RN
1998	5.0	VI	Porto dos Gaúchos - MT

Fonte: Assumpção e Dias Neto (2000)

Figura 6 - Sismo de João Câmara – RN em 1986

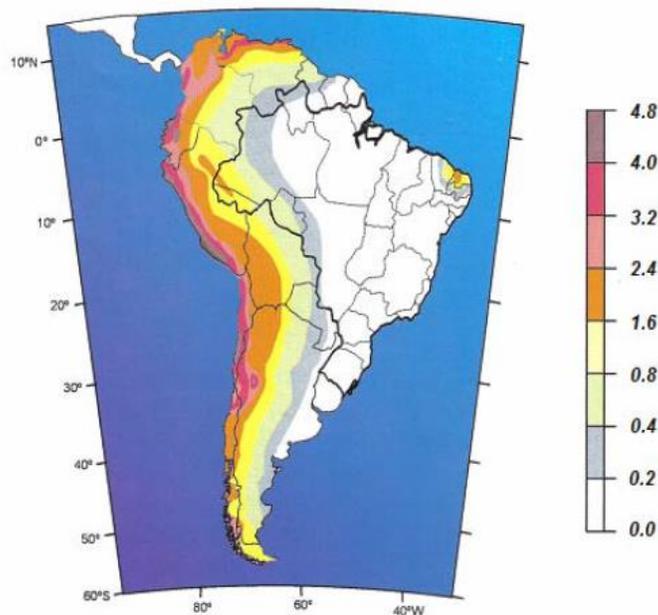


Fonte: Obsis (2005 *apud* Ribeiro, 2006)

O autor Ribeiro (2006) salienta que mesmo diante das baixas frequências de sismos ocorrentes no território nacional, pode-se ver que há uma ocorrência de sismos de grandes escalas também (Figura 6), mesmo que não ocorra com grandes frequências.

A Figura 7 ilustra o mapa de perigo sísmico na América do Sul, mostrando a aceleração máxima do terreno, em  $m/s^2$ , com a probabilidade de 90% de não ser excedida em um período de 50 anos. Estes níveis de vibração referem-se à rocha sã exposta. Locais de sedimentos inconsolidados podem amplificar bastante estes valores (RIBEIRO, 2006).

Figura 7- Mapa de Perigo sísmico na América do Sul



Fonte: Assumpção e Dias Neto (2000)

Observa-se que no território Brasileiro as acelerações máximas, com algumas exceções, não se ultrapassaram de  $0,2 m/s^2$  ( $0,02g$ ). Porém há estados como Ceará e Rio Grande do Norte possuem valores que podem chegar até  $2,4 m/s^2$  ( $0,24g$ ).

### 3.1.5 Metodologia para Cálculo

As estruturas são subdividas em carregamentos estáticos e carregamentos dinâmicos.

Equação de estática de equilíbrio:

$$F = KY \quad \dots(1)$$

$F \rightarrow$  Força Externa

$K \rightarrow$  Rigidez da Estrutura

$Y \rightarrow$  Resultado do Deslocamento

A força de restauração ( $KY$ ) resiste à carga aplicada.

Equação dinâmica de equilíbrio:

$$Ma + Cv + Ky = F(t) \quad \dots(2)$$

Na atual equação adicionamos duas outras forças para resistir a carga aplicada. Em conjunto com a carga da força de restauração ( $KY$ ) temos:

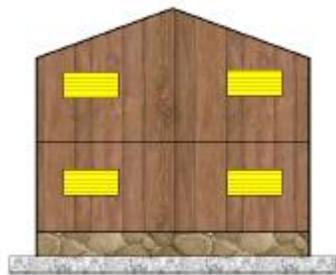
$Ma \rightarrow$  Força de Inercia

$Cv \rightarrow$  Amortecimento

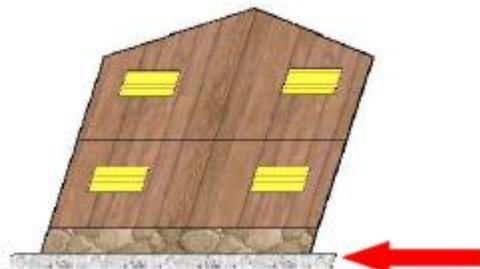
Essas duas forças adicionais são resultantes da indução da aceleração e velocidade na estrutura. Dentro das ações dos carregamentos dinâmicos, isto é:

- A estrutura desenvolve uma carga significativa da força da inercia;
- A estrutura desenvolve uma energia mecânica, armazenando-a como energia cinética.

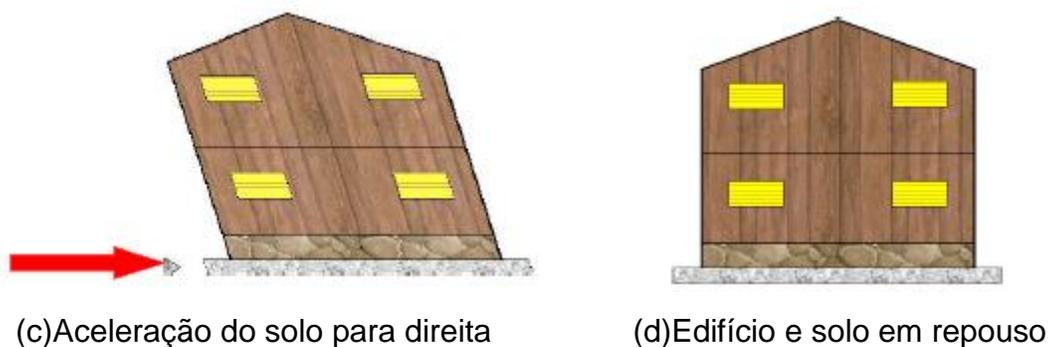
Direção da força de inercia (CHANDRADHARA, 20--?):



(a) Edifício em repouso

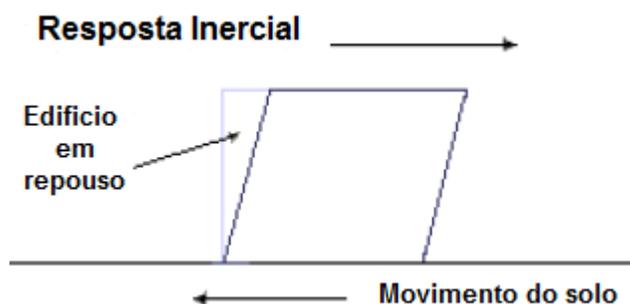


(b) Aceleração do solo para a direita



A força de Inercia ( $F$ ) é criada pela tendência do edifício de permanecer em seu estado de repouso, na sua posição original, mesmo que o solo esteja em movimento (ver figura 8).

Figura 8 - Resposta há uma carga dinâmica.



Fonte: Chandradhara (20--?)

Carga dinâmica é aquela qual a magnitude, direção ou posição varia com o tempo. Resposta dinâmica da estrutura é o deslocamento, velocidade, aceleração, estresse, etc. E a resposta dinâmica das estruturas dependerá:

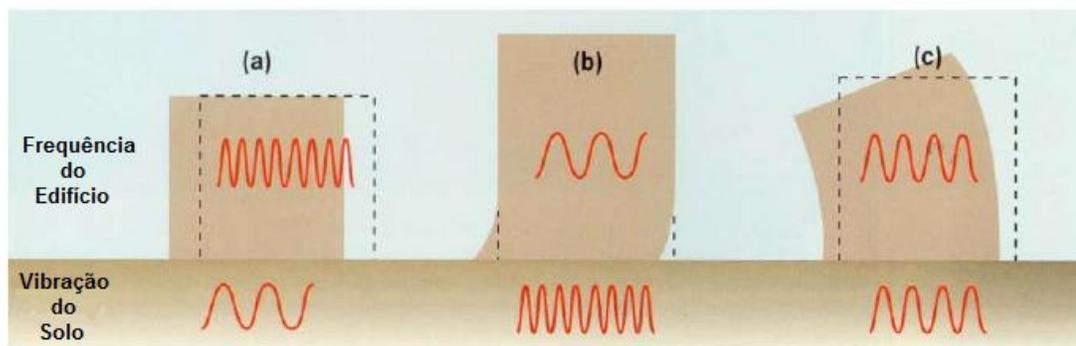
- Carga dinâmica;
- As suas próprias propriedades dinâmicas (frequência natural de vibração)

Essas respostas dinâmicas para cada estrutura será determinada pela frequência natural que cada uma pode gerar, ou seja, cada estrutura pode ser afetada de maneiras distintas (CHANDRADHARA, 20--?).

Quando ocorre um sismo, a força, velocidade e intensidade serão diferentes antes de atingir a estrutura, ou seja, no solo e o após atingir a estrutura, a figura 9

expressa exatamente isso, pois quando a intensidade de um tremor ou a vibração gerada no solo poderá ser recebida em casas ou edifícios com diferentes frequências. No item (a) o solo está com uma frequência de baixa intensidade, que quando entra em contato com a estrutura a mesma aumenta sua amplitude e reduz o seu período (ver figura 9), já no item (b) o período da onda no solo é curto e o da estrutura o período é longo com uma amplitude menor, e no item (c) ocorre que a frequência que é gerada no solo e a mesma que está sendo infligida na estrutura, quando este efeito ocorre a estrutura entrará em um estado que as suas frequências por estarem em harmonia, a estrutura fara com que elas aumente e respectivamente sua intensidade crescerá e entrará em falha estrutural.

Figura 9 - Agitação do solo tem maneiras diferentes de afetar estruturas.

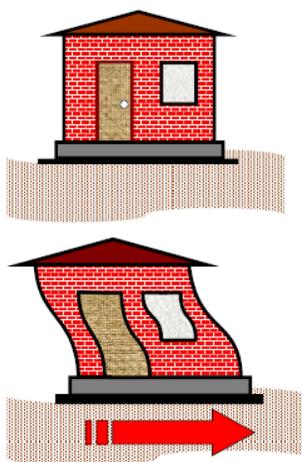


Fonte: Chandradhara (20--?)

Quando ocorre um abalo sísmico a primeira força que age na estrutura e a força de inércia, a aceleração do solo em contato com a base da estrutura gera uma força de vibração devido a força inercial, sendo assim após de se ter gerado esta vibração há a necessidade dessa força ser totalmente transferida para o solo em segurança (CHANDRADHARA, 20--?).

Na figura 10 podemos observar que quando se ocorre o movimento do solo o movimento dos pilares e paredes, pois são flexíveis e o movimento do telhado e teto da casa possui movimento descoincidente do restante da casa e o solo ( $F = M \times a$ ). Quanto mais massa maior a energia inercial gerada, ou seja, quanto menor for à massa da estrutura melhor será sua resistência contra abalos sísmicos (CHANDRADHARA, 20--?).

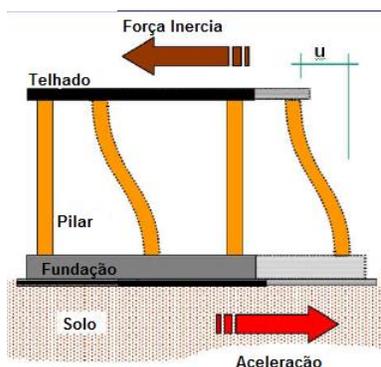
Figura 10 - Gerando força inercial.



Fonte: Chandradhara (20--?)

Nesta figura 11 podemos notar o efeito da deformação causada por estas vibrações. Sendo a força gerada no telhado e teto é transferido às colunas e paredes para as suas fundações e assim sendo transferidas ao solo. Será chamado este deslocamento lateral de  $u$ , que foi gerado nos pilares. Quando a força inercial é transferida aos pilares estas serão chamadas de força de rigidez, essa força de rigidez gerada no pilar e a rigidez vezes o deslocamento relativo (CHANDRADHARA, 20--?).

Figura 11 - Deformação estrutural.



Fonte: Chandradhara (20--?).

O método analítico aqui empregado para cálculo de um sistema dinâmico com um Grau de Liberdade apresentado na figura 12, o equilíbrio de forças atuantes em um sistema equação 3 (MOTA, 2013):

$$p(t) = f_I(t) + f_D(t) + f_S(t), \quad \dots(3)$$

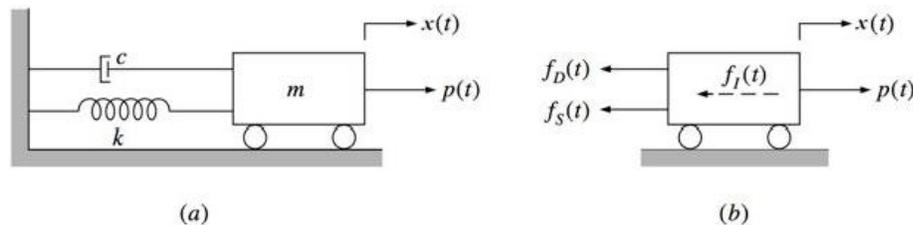
onde:

$f_I(t)$  → é a força da inercia;

$f_D(t)$  → é a força de amortecimento; e

$f_S(t)$  → é a força elástica.

Figura 12 - componentes básicos de um sistema dinâmico com um grau de liberdade (a) e seu diagrama de corpo livre (b). Na figura,  $k$  é a rigidez da mola;  $c$ , a constante de amortecimento viscoso (proporcional a velocidade);  $m$ , a massa do sistema;  $x(t)$ , o deslocamento do bloco e  $p(t)$ , a força aplicada.



Fonte: Clough e Penzien (1995)

### 3.1.6 Formulação das Equações

#### 3.1.6.1 Sistema de um Grau de Liberdade:

Desta forma, assumindo que a força inercial é o produto da massa pela aceleração, que a força de amortecimento é o produto da velocidade pela constante de amortecimento e que a força elástica é o produto da rigidez da mola pelo deslocamento, determinar a resposta dinâmica de um sistema com um grau de liberdade consiste, em última análise, em integrar uma equação diferencial do tipo (MOTA, 2013):

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = p(t) \quad \dots(4)$$

Para casos de vibrações livres se a estrutura tiver uma perturbação inicial e vibra após a atuação de um carregamento dinâmico externo, equação fica:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad \dots(5)$$

Clough e Penzien (1995) mostra que, para um sistema com vibração livre e amortecimento subcrítico ( $0 < \xi < 1$ ), situação comum em estruturas civis, a solução da equação 5 é:

$$x(t) = \rho \cos(\omega_D t + \theta) e^{-\xi\omega t} \quad \dots(6)$$

onde:

$$\rho = \left[ x(0)^2 + \left( \frac{\dot{x}(0) + x(0)\xi\omega}{\omega_D} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}};$$

$$\theta = -\tan^{-1} \left( \frac{\dot{x}(0) + x(0)\xi\omega}{\omega_D x(0)} \right);$$

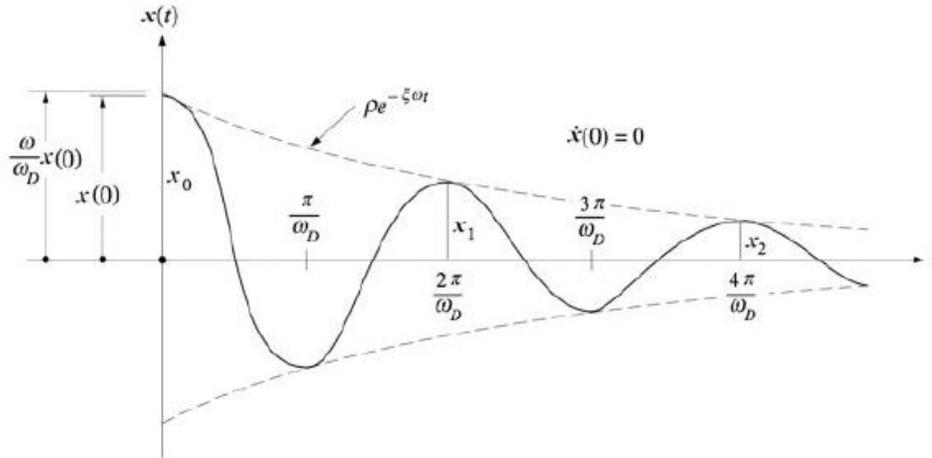
$$\omega_D = \omega \sqrt{1 - \xi^2};$$

$\xi = \frac{c}{2\omega m}$  é chamado de taxa de amortecimento;

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$  é chamado de frequência natural de vibração da estrutura.

Para sistemas pouco amortecidos ( $\xi \rightarrow 0$ ) os valores de  $\omega$  e  $\omega_D$  tendem a ser iguais, a figura 13 esboça o gráfico da equação 6:

Figura 13 - Vibrações livres em um sistema com amortecimento subcrítico



Fonte: Clough e Penzien (1995)

**a) Taxa de Amortecimento e de Frequência Natural de Vibração Natural de um Sistema de um Grau de Liberdade:**

A Figura 13 percebe-se que a envoltória dos picos das respostas é aproximadamente exponencial. Desta forma, tem-se:

$$x_1 \cong \rho e^{-\xi \omega t_1} \quad \dots(7)$$

$$x_2 \cong \rho e^{-\xi \omega t_2} \quad \dots(8)$$

Dividindo-se a equação 7 pelo 8 e tomando-se o logaritmo neperiano de ambos os lados chega-se a:

$$\ln \left( \frac{x_1}{x_2} \right) \cong \rho e^{-\xi \omega (t_2 - t_1)} \quad \dots(9)$$

Lembrando-se que  $(t_2 - t_1) = T$  (período de oscilação) e que  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , pode-se chegar facilmente a:

$$\xi = \frac{1}{2\pi} \ln \left( \frac{x_1}{x_2} \right) \quad \dots(10)$$

Maneira geral:

$$\xi = \frac{1}{2\pi n} \ln \left( \frac{x_p}{x_q} \right). \quad \dots(11)$$

Observando a figura pode-se ver o tempo percorrido por um período natural (T). Com T, o valor da frequência natural pode ser obtido diretamente:

$$\omega = 2\pi f \cong \frac{2\pi}{T} \quad \dots(12)$$

## **b) Sistemas com Múltiplos Graus de Liberdade**

Para baixas amplitudes de vibração em torno de uma configuração para equilíbrio e com hipótese de pequenos deslocamentos, pode tratar um sistema com múltiplos graus de liberdade da mesma forma que no item 13 Assim, para se determinar uma resposta dinâmica para um sistema com  $n$  graus de liberdade e constituída por uma análise, em integrar  $n$  equações diferenciais acopladas na equação 4. Podendo ser demonstradas em formas matriciais (MOTA, 2013):

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = P(t) \quad \dots(13)$$

Onde:

M, C, K são, respectivamente, a matriz de massa, matriz de amortecimento e a matriz de rigidez;

$\ddot{x}(t)$ ,  $\dot{x}(t)$  e  $x(t)$  são, respectivamente, o vetor de aceleração, o vetor de velocidades e o vetor de deslocamentos dos Graus de Liberdade;

$P(t)$  é o vetor de forças externas.

### c) Determinação das Taxas de Amortecimento e das Frequências Naturais de Vibração para Sistema com Múltiplos Graus de Liberdade

Através do método de Superposição Modal é possível escrever as  $n$  equações diferenciais acopladas mostradas na equação 13 na forma (MOTA, 2013):

$$M_m \ddot{q}(t) + C_m \dot{q}(t) + K_m q(t) = P_m(t) \quad \dots(14)$$

Onde:

$M_m \rightarrow \Phi^T M \Phi$  chamada de matriz de massa modal;

$K_m \rightarrow \Phi^T K \Phi$  chamada de matriz de rigidez modal;

$C_m \rightarrow \Phi^T C \Phi$  chamada de matriz de amortecimento modal;

$P_m \rightarrow \Phi^T P \Phi$  chamada de vetor de forças modal;

$q = \Phi^T x$  é o vetor de deslocamento modal;

$\dot{q} = \Phi^T \dot{x}$  é o vetor de velocidade modal;

$\ddot{q} = \Phi^T \ddot{x}$  é o vetor de aceleração modal.

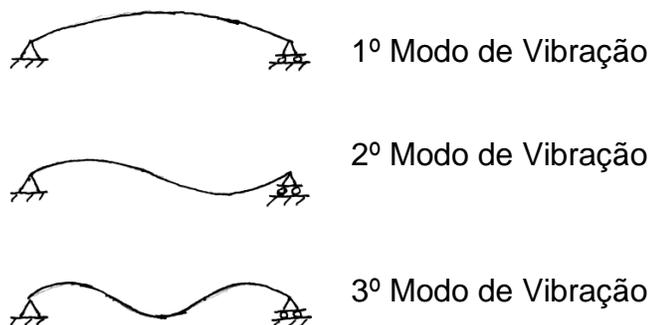
### d) Análise Harmônica e Frequência Naturais de Vibração

Para a obtenção dos respectivos valores para a frequência natural de vibração das estruturas existe o método de análise harmônica onde o mesmo baseia-se em uma formulação matemática para alcançar os modos de vibração do material. Nessa pesquisa utilizaremos os 3 primeiros modos de vibração.

### e) Cálculo Harmônico para uma Viga Bi-apoiada

As frequências naturais dos três primeiros modos de vibração de uma viga Bi-apoiada, são definidas por (Figura 14) (LAGACE; 2001):

Figura 14 - Modo de Vibração viga bi-apoiada



Fonte: LAGACE (2001)

$$1^{\circ} \text{ Modo de Vibração: } \omega_1 = \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{ml^4}} \quad \dots(15)$$

$$2^{\circ} \text{ Modo de Vibração: } \omega_2 = 4\pi^2 \sqrt{\frac{EI}{ml^4}} \quad \dots(16)$$

$$3^{\circ} \text{ Modo de Vibração: } \omega_3 = 9\pi^2 \sqrt{\frac{EI}{ml^4}} \quad \dots(17)$$

#### f) **Calculo Harmônico para Viga Engastada**

As frequências naturais dos três primeiros modos de vibração de uma viga engastada, são definidas por (Congresso Nacional de Iniciação Científica, 20--?):

$$1^{\circ} \text{ Modo de Vibração: } \omega_1 = (1,875)^2 \sqrt{\frac{EI}{ml^4}} \quad \dots(18)$$

$$2^{\circ} \text{ Modo de Vibração: } \omega_2 = (4,694)^2 \sqrt{\frac{EI}{ml^4}} \quad \dots(19)$$

$$3^{\circ} \text{ Modo de Vibração: } \omega_3 = (7,856)^2 \sqrt{\frac{EI}{ml^4}} \quad \dots(20)$$

## 4. DESENVOLVIMENTO NUMÉRICO (ANSYS)

### 4.1 Introdução

Esta primeira parte destina-se à introdução do software ANSYS. Em seguida serão apresentadas as características dos elementos finitos utilizados nas modelagens dos problemas.

## 4.2 O Software ANSYS

Segundo Abreu (2016) o ANSYS é um sistema comercial que utiliza o método dos elementos finitos (MEF) para desenvolvimento e estudos de modelos numéricos em diversos campos científicos. Através da utilização desse sistema computacional é possível à modelagem de sistemas estruturais, problemas de escoamento, transmissão de calor, elétricos, bem como problemas dinâmicos modais e transientes. Além disso, o ANSYS possibilita a interação de resultados entre modelos das diversas áreas da engenharia. Por exemplo, utilizar os resultados de um problema térmico (dilatações) em um problema estrutural.

A plataforma computacional ANSYS é bastante extensa, possuindo diversos tipos ferramentas. Os programas em que estão disponíveis as análises estruturais são: *ANSYS/Multiphysics*, *ANSYS/Mechanical*, *ANSYS/Structural* e *ANSYS/Professional*. Dentro dos problemas estruturais, o ANSYS permite sete tipos de análises de estruturas, que são (ABREU, 2016):

- Análise estática: usada para determinar deslocamentos, tensões e deformações, sob condição de carga estática. Têm-se dois tipos de análises estáticas, linear e não linear, sendo que as não-linearidades podem incluir plasticidade, tensão, rigidez, grandes deformações, grandes tensões, hiperelasticidade, contato e fissuração;
- Análise de flambagem: usada para calcular as cargas de flambagem e determinar a forma do modo de flambagem. Ambas as análises, flambagem linear e flambagem não linear, são possíveis.
- Análise modal: usada para calcular as frequências naturais e modos de vibração de uma estrutura. Há diferentes métodos disponíveis para extração dos modos de vibração;

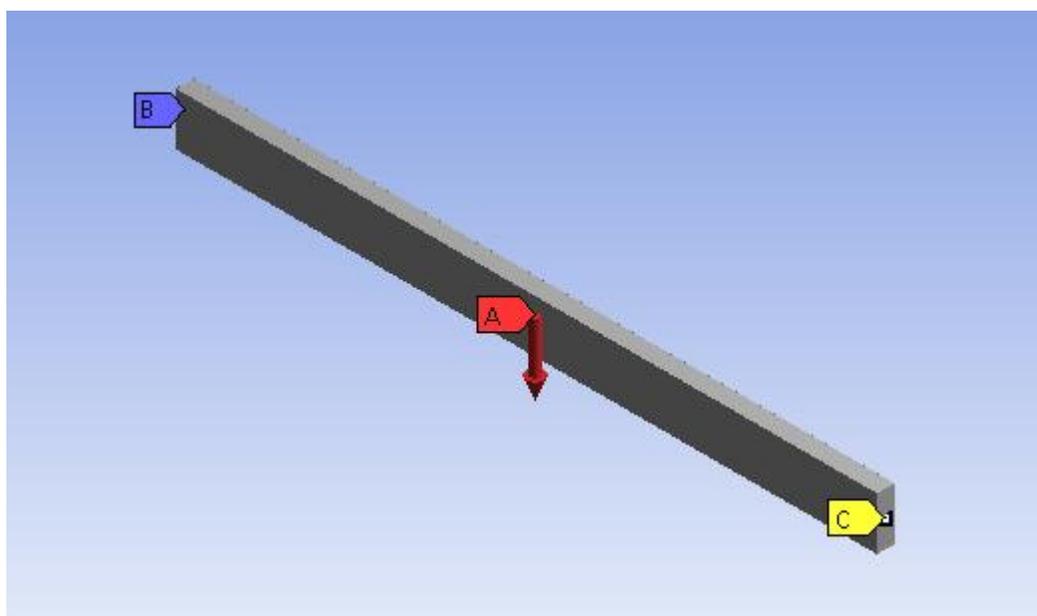
- Análise harmônica: usada para determinar a resposta de uma estrutura a cargas harmônicas variáveis no tempo;
- Análise dinâmica transiente: usada para determinar a resposta de uma estrutura às cargas arbitrariamente variáveis no tempo. São permitidas todas as não-linearidades mencionadas na análise estática;
- Análise espectral: trata-se uma extensão da análise modal, usada para calcular tensões e deformações devidas a um espectro de resposta ou uma contribuição de PSD (vibrações aleatórias).

### 4.3 Hipóteses, Simplificações e Considerações

Serão descritas as informações dos elementos considerados, dando-se especificações para cada um destes para que se possam possibilitar resultados admissíveis nas análises a serem feitas.

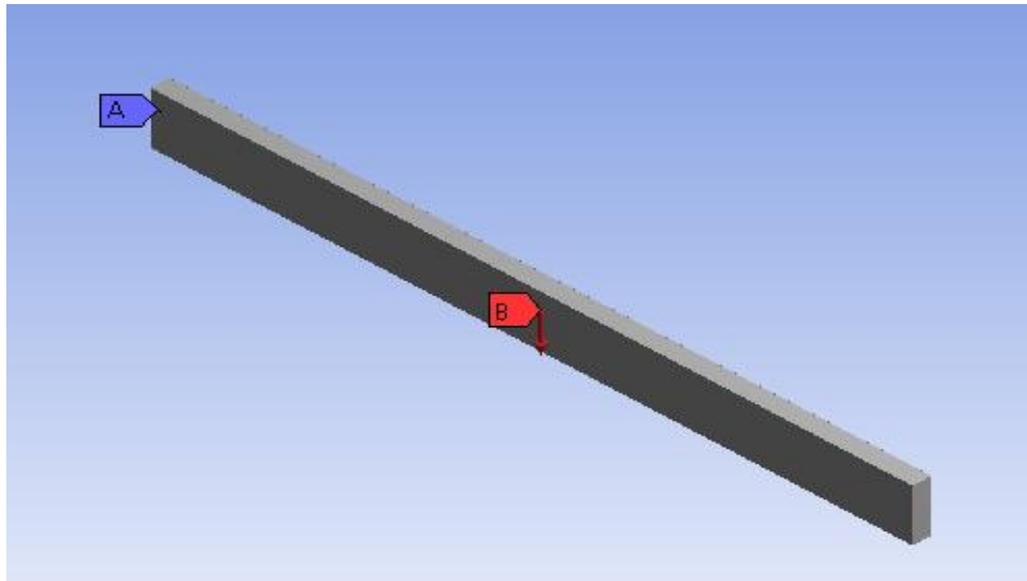
### 4.4 Geometria e Considerações Estruturais do Modelo

Figura 15 - Viga Bi apoiada



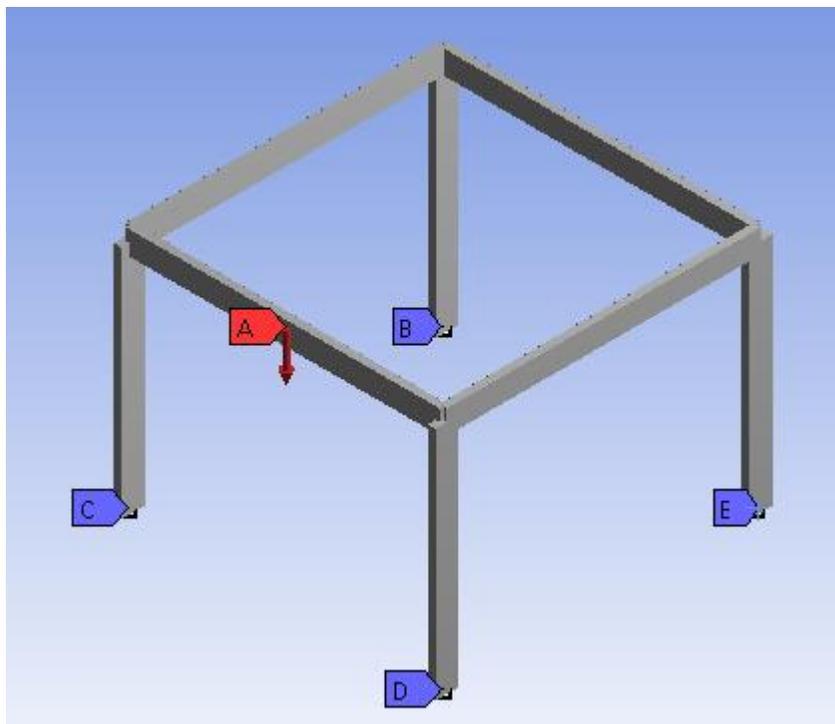
Fonte: estrutura desenvolvida via ANSYS (2018)

Figura 16 - Viga Engastada



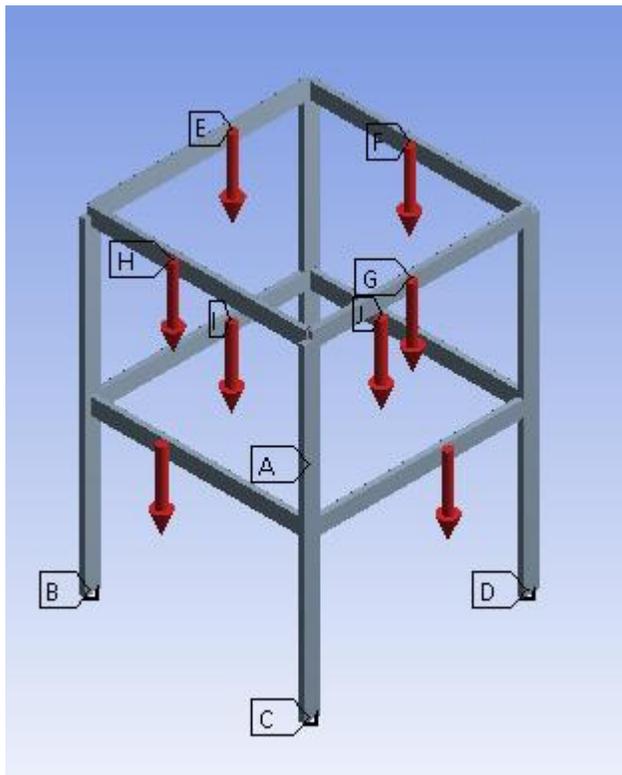
Fonte: estrutura desenvolvida via ANSYS (2018)

Figura 17 - Pórtico Espacial de Um (1) pavimento



Fonte: estrutura desenvolvida via ANSYS (2018)

Figura 18 - Pórtico Espacial Dois (2) Pavimentos



Fonte: estrutura desenvolvida via ANSYS (2018)

Nestes dois tipos estruturais serão considerados:

- Viga: sendo bi apoiada (figura 15), engastada (figura 16).
- Pórtico: totalmente engastado simulando uma estrutura de uma casa (figura 17) e um edifício (figura 18).

#### 4.4.1 Modelo de Utilização Numérica

- ◆ Aço Estrutural
- ◆ Malha utiliza para análises (Mesh)
- Para as análises foi-se utilizada:
  - ◆ Estrutural Estática (Static Structural)
    - Condições de Contorno (Boundary Conditions)

- ◆ Modal
  - Frequência Natural de Vibração (Total Deformations)
- ◆ Resposta Harmônica (Harmonic Responses)
  - Respostas a frequências (Frequencies Response)
  - Ângulo de fase de resposta (Phase Response)

Para tais modelos geométricos numéricos foram utilizados os seguintes parâmetros para os modelos:

- Dimensões em metros
- Malha especificada em espaçamento em metros
- Geometria é dada por linhas
- Tipo de Modelo: Beam88
- Rigidez: Flexível
- Cross Section: Retangular sendo 0,1x0,3 metros
- Material Utilizado para análise: Aço Estrutural
- **Propriedades do Aço:**
  - ◆ Peso Especifico:  $7850 \text{ kg/m}^3$
  - ◆ Coeficiente de Expansão Térmica:  $1,2e^{-5} \text{ C}^{-1}$
- **Elasticidade Isotrópica**
  - ◆ Resistencia Característica:  $2e^{11} \text{ Pa}$
  - ◆ Poisson: 0,3
  - ◆ Modulo Cortante:  $7,6923e^{10} \text{ Pa}$
- **Parâmetros de esforço para vida do material**
  - ◆ Coeficiente de Força:  $9,2e^8 \text{ Pa}$
  - ◆ Força Exponencial:  $-0,106$
  - ◆ Coeficiente de Ductilidade: 0,213

- ◆ Ductilidade Exponencial:  $-0,47$
- ◆ Coeficiente de Força Acida:  $1e^9Pa$
- **Curva S - N**
  - ◆ Expoente Endurecido por tensão cíclica:  $0,2$
  - ◆ Força de Rendimento Elástico:  $2,5e^8Pa$
  - ◆ Compressão de Rendimento Elástico:  $2,5e^8Pa$
  - ◆ Força Máxima de Tração:  $4,6e^8Pa$
  - ◆ Força Máxima de Compressão:  $0$

## 5. ESTUDO DAS SOLUÇÕES ANALÍTICAS E NÚMERICAS

### 5.1 Solução Analítica

#### 5.1.1 Introdução

Neste presente capítulo será apresentado à base analítica, levando-se em conta que será calculado: os três primeiros modos de frequência das vigas bi apoiada e engastada. Este estudo se mostra um caminho necessário uma vez que estas teorias permitem dominar os parâmetros e as grandezas fundamentais envolvidas, tais como os esforços, deslocamento, rotações e frequências existentes na estrutura.

#### 5.1.2 Hipóteses e Considerações

As hipóteses apresentadas no Capítulo 3.1.6 serão agora desenvolvidas os modelos de cálculos matemáticos para que posteriormente possam ser feitas as comparações das análises demonstradas.

- Modelo matemático viga bi apoiada

$$1^{\circ} \text{ Modo de Vibração: } \omega_1 = \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{ml^4}} \quad \dots(15)$$

$$2^{\circ} \text{ Modo de Vibração: } \omega_2 = 4\pi^2 \sqrt{\frac{EI}{ml^4}} \quad \dots(16)$$

$$3^{\circ} \text{ Modo de Vibração: } \omega_3 = 9\pi^2 \sqrt{\frac{EI}{ml^4}} \quad \dots(17)$$

- Modelo matemático para viga engastada

O modelo analítico utilizado para o cálculo dos modos de vibração de uma viga engastada será:

$$1^{\circ} \text{ Modo de Vibração: } \omega_1 = (1,875)^2 \sqrt{\frac{EI}{ml^4}} \quad \dots(18)$$

$$2^{\circ} \text{ Modo de Vibração: } \omega_2 = (4,694)^2 \sqrt{\frac{EI}{ml^4}} \quad \dots(19)$$

$$3^{\circ} \text{ Modo de Vibração: } \omega_3 = (7,856)^2 \sqrt{\frac{EI}{ml^4}} \quad \dots(20)$$

Após o desenrolar do modelo analítico ver-se-á a necessidade de se fazer a comparação entre as frequências modais das determinadas estruturas com uma frequência atuante na estrutura, para que possa ser medido o comportamento da viga com uma carga real.

## 5.2 Modelagem Numérica

### 5.2.1 Introdução

A ferramenta computacional exige um conhecimento alto e saber extrair dela a melhor forma de obtenção de dados e de vital importância em todo e qualquer software que se usa elementos finitos. O programa ANSYS como qualquer outro software executa tudo aquilo que o operador determina, pois não se cabe ao programa em definir e/ou indicar se a análise está sendo realizada da maneira ideal ou não. Então cuidados são tomados para a realização das análises, necessita-se de fases para seu

pré-processamento, pós-processamento e seus devidos resultados, para que o modelo numérico seja capaz de reproduzir exatamente o que se está em busca. (CAMPO JÚNIOR, 2011)

### **5.2.2 Elementos Utilizados**

As formulas geométricas desenvolvidos no *Geometry* do ANSYS foram partindo do elemento *LINE* com suas seções geométricas dadas por uma *CROSS SECTION* que faz referência a um determinado material específico, com o qual será trabalhado dentro do *MODEL* que trará as resoluções para o modelo pré-habilitado.

Sendo que no *MODEL* será desenvolvida o pré-processamento, soluções e pós-processamento.

#### **a) ANSYS WORKBENCH**

Ao inicializar o ANSYS Workbench, neste momento se fará necessário a escolhas dos modelos com o qual você desejará fazer as suas análises futuras. Neste trabalho foram utilizados:

- Análise Estática (*Static Analyse*);
- Análise Modal (Modal);
- Análise Harmônica (*Harmonic Responses*).

#### **b) GEOMETRIA (*Geometry*)**

O *geometry* do ANSYS e o local onde se é feita a modelagem da estrutura que deseja utilizar no model. Após a criação da mesma você passa para as análises.

No *geometry* foram utilizados:

- Pontos (*Manual Points*);
- Corpos compostos por linha (*Body Line*);
- Preenchimento das linhas por *CROSS SECTION* (*CROSS SECTION*).

### c) MODEL

Em sua utilização será necessárias à adição de informações para o método utilizado, ou seja, inserção de dados como:

- Modelo e tipo de análise a ser realizada;
- Tipo do material;
- Malha;
- Condições de contorno para a que a solução seja realizada de forma adequada;
- Tipo de soluções que almeja alcançar partindo do método de análise escolhido, podendo também se alcançar outros resultados interligando as análises.

No presente trabalho serão analisadas as seguintes estruturas figura 15, 16, 17 e 18 apresentadas anteriormente.

Nas figuras 15, 16, 17 e 18 serão analisadas numericamente as suas frequências naturais de vibração pelo método *MODAL* e suas respostas harmônicas pelo método *HARMONIC RESPONSES*. Após as devidas análises a cada um dos modelos e passados os dois modelos apresentados anteriormente, poderá ser visto que na resolução *MODAL* a obtenção de carga máxima em Hz que as estruturas poderão obter, será utilizada na análise de respostas modais, para que possa ser possível a obtenção do momento exato onde a peça estrutural apresentada e terá a seu momento de maior deformação, podendo ser o momento em que tal terá a sua ruptura.

#### 5.2.3 Modelos e Dados a Considerar nos Casos de Validação

Nos modelos que serão apresentados a seguir a carga estática utilizada foi a mesma para cada viga bi apoiada ou engasta foi uma carga distribuída de 50 newtons qual foi desenvolvido todos as soluções posteriormente. O material adicionado ao modelo foi aço estrutural (*Structural Steel*) do banco de dados (*Engineering Data*) do próprio ANSYS, a esse material anteriormente foram apresentadas todas as suas

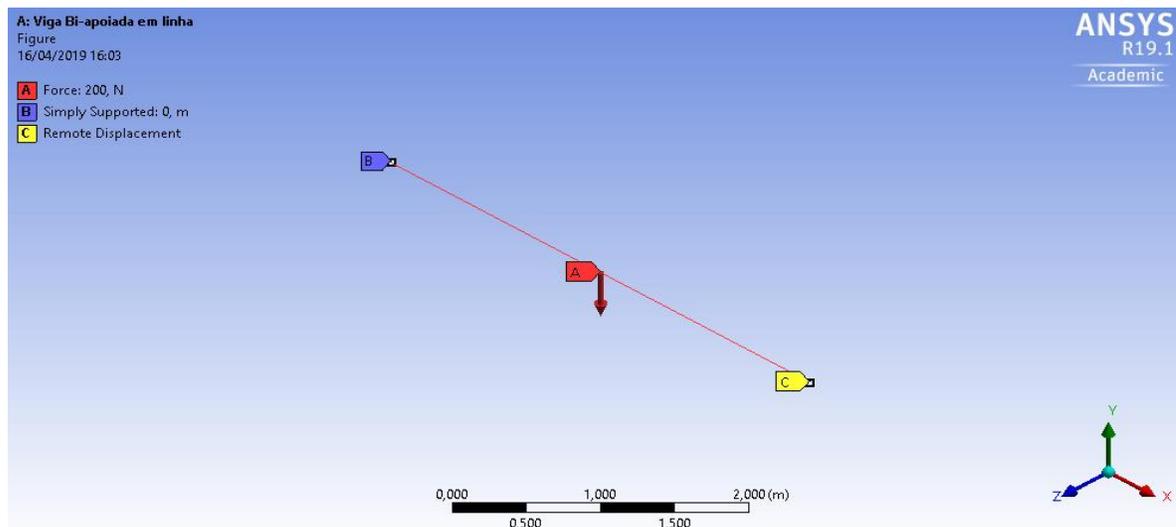
características no capítulo 2.2. Suas características principais são: peso específico de  $7850 \text{ kg/m}^3$  e resistência característica de  $2e^{11} \text{ Pa}$ .

Os modelos mais simples como as vigas bi apoiada e engastada será feito o estudo analítico e número. Porém, para os pórticos que possuem um cálculo com maior complexidade será feito o estudo partindo somente do modelo numérico.

Para todos os casos descritos abaixo foram utilizados como carga, uma carga estática, para os elementos únicos como as vigas (figuras 19 e 21) foram utilizados somente 50 newtons por metro, para as estruturas com uma maior complexidade (figuras 23 e 25) foi utilizada a mesma carga, porém, para cada viga que se apresentam no modelo numérico, tais estruturas se apresentam desenhadas em formas de linhas ou BEAM88 como o ANSYS as apresenta, essa linha não possui um material diretamente atribuído à mesma, mas ele é adicionado ao seu *CROSS SECTION* (fig. 20, 22, 24 e 26), pois esta é a qual atribui uma forma geométrica a essa linha.

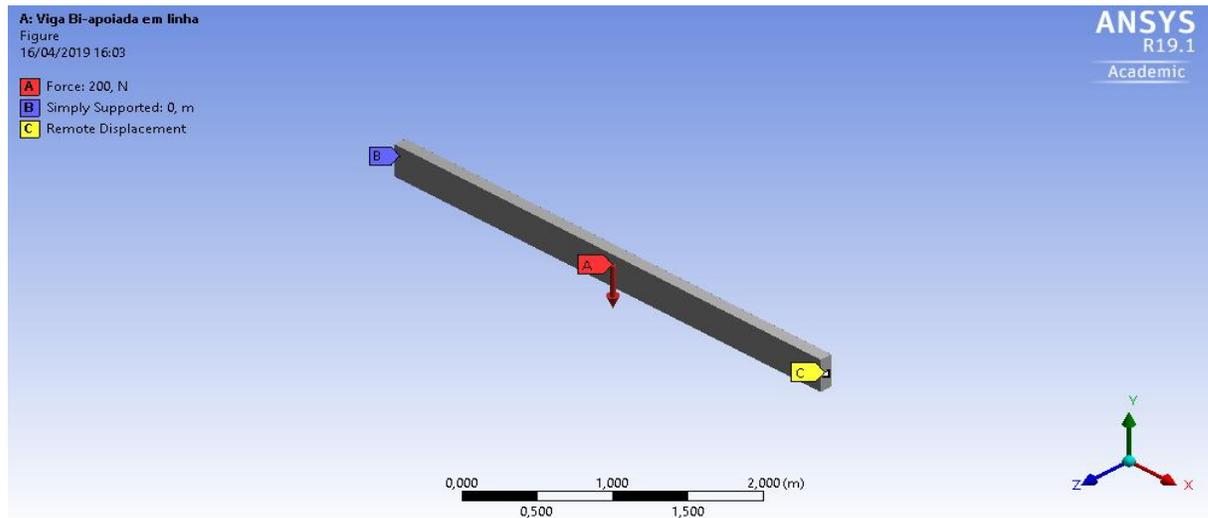
### 5.2.3.1 Caso Viga Bi apoiada

Figura 19 - Viga Bi Apoiada



Fonte: estrutura desenvolvida via ANSYS( 2018)

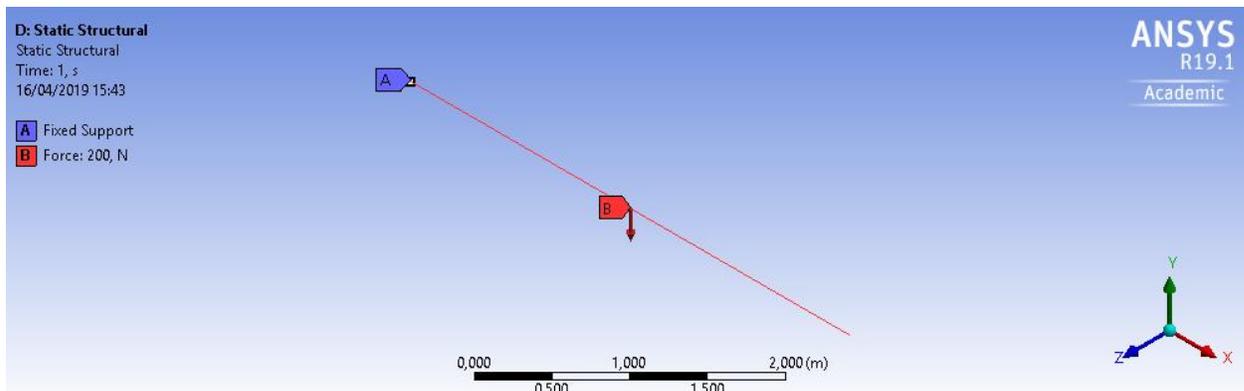
Figura 20 - Viga Bi Apoiada CROSS SECTION



Fonte: estrutura desenvolvida via ANSYS (2018)

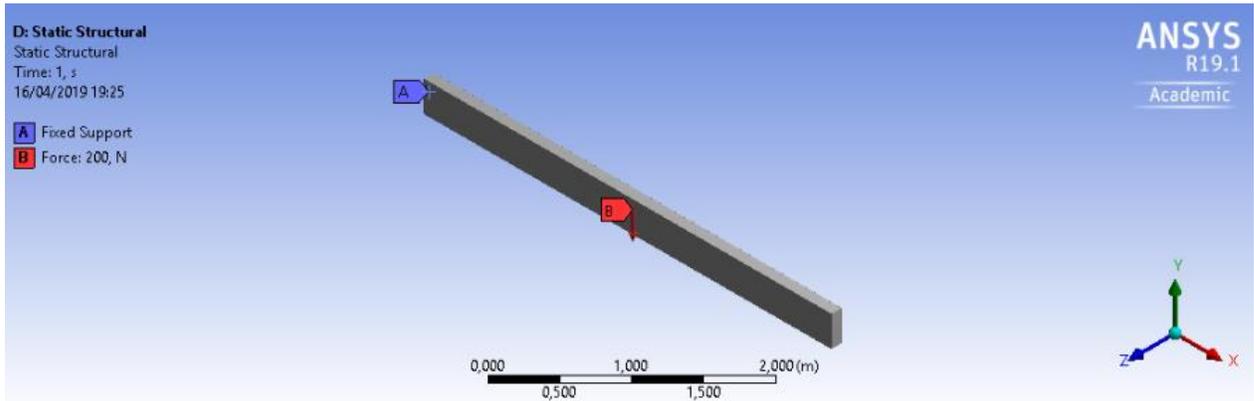
### 5.2.3.2 Caso Viga Engastada com Borda Livre

Figura 21 - Viga Engastada com borda livre



Fonte: estrutura desenvolvida via ANSYS (2018)

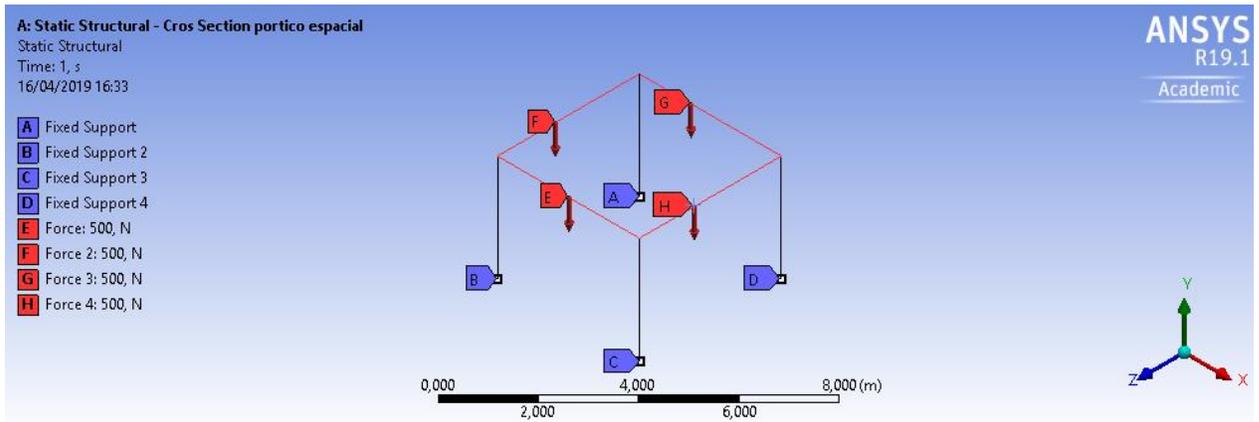
Figura 22 - Viga Engastada com borda livre *CROSS SECTION*



Fonte: estrutura desenvolvida via ANSYS (2018)

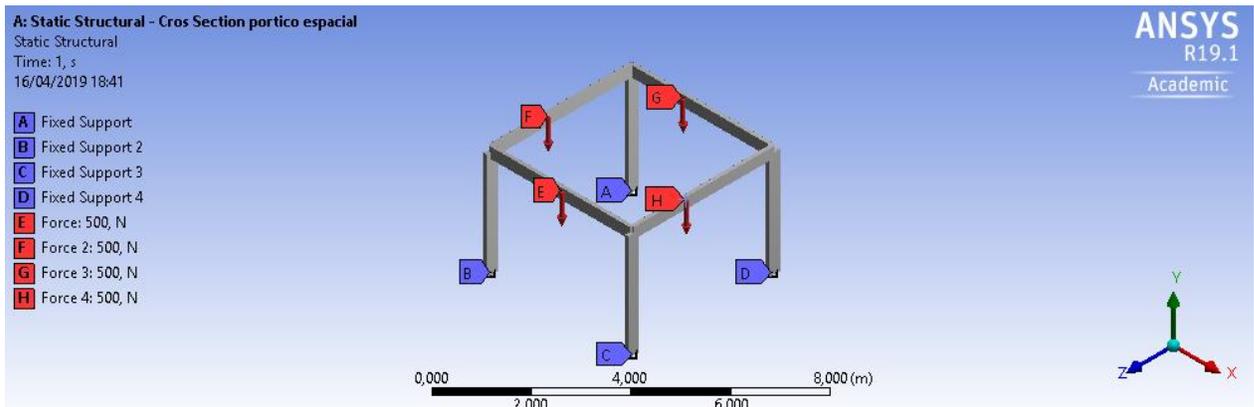
### 5.2.3.3 Caso Pórtico Um (1) Pavimento

Figura 23 - Pórtico com um Pavimento



Fonte: estrutura desenvolvida via ANSYS (2018)

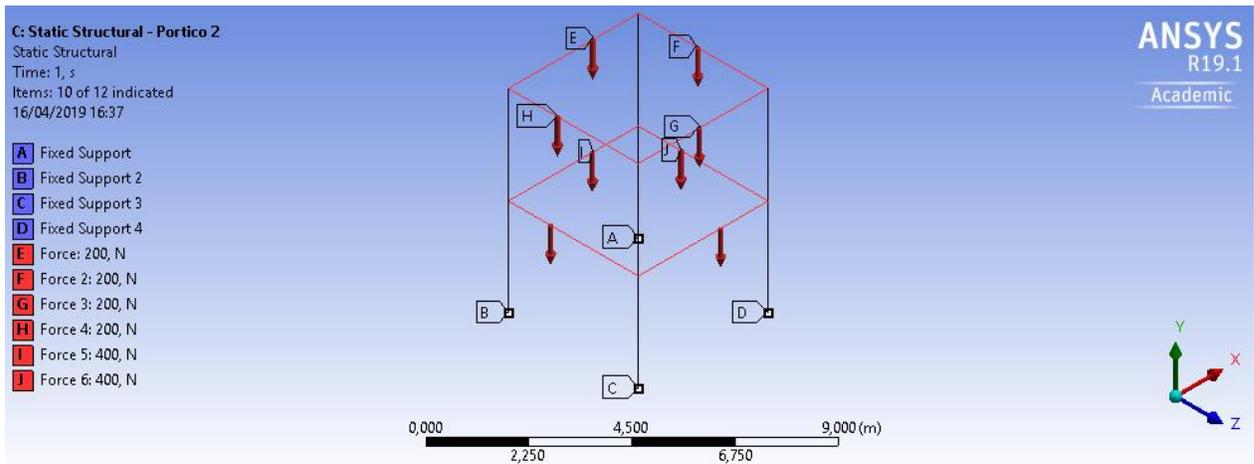
Figura 24 - Pórtico com um Pavimento *CROSS SECTION*



Fonte: estrutura desenvolvida via ANSYS(2018)

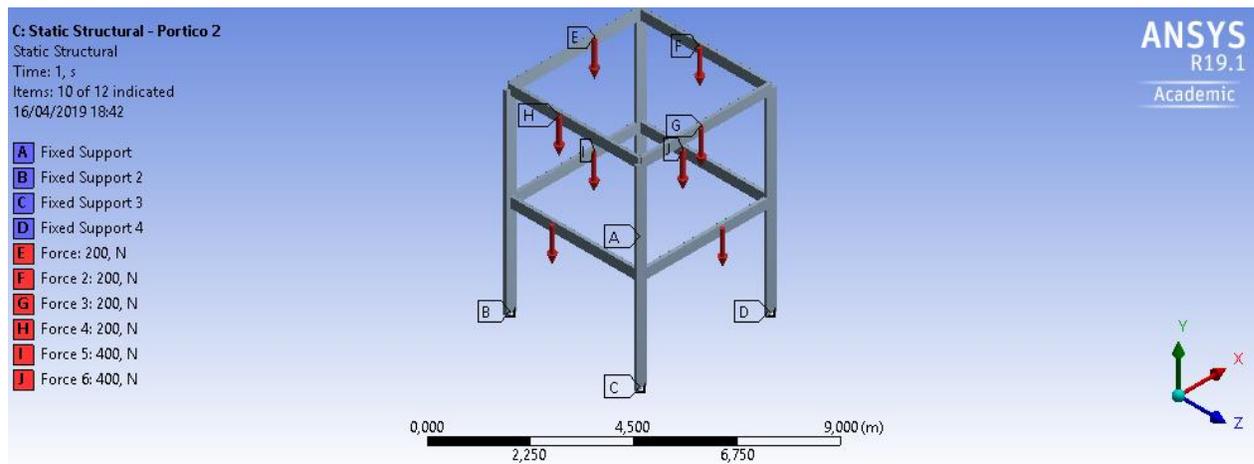
### 5.2.3.4 Caso Pórtico Dois (2) Pavimentos

Figura 25 - Pórtico com dois Pavimentos



Fonte: estrutura desenvolvida via ANSYS (2018)

Figura 26 - Pórtico com dois Pavimentos *CROSS SECTION*



Fonte: estrutura desenvolvida via ANSYS (2018)

Estes modelos apresentados serão os modelos que serão feitas suas análises numéricas no software para visualizar a forma de resposta estrutural para uma carga estática com uma resposta dinâmica de cada tipo de estrutura. As vigas serão avaliadas tanto numericamente quanto analiticamente, e com os resultados serão feitas comparações com os valores analíticos e numéricos.

## 6. RESULTADOS

### 6.1 Introdução

No presente capítulo serão apresentados os resultados desenvolvidos analiticamente e numericamente. O modelo analítico será mostrado em forma de figuras os valores encontrados a partir dos cálculos, e para o número serão apresentados imagens com as respostas estruturais para cada tipo desenvolvido no ANSYS e seus respectivos gráficos.

### 6.2 Comparação de Dados

#### 6.2.1 Dados Analíticos

Foi elaborada uma planilha de cálculo (Figura 27 e 28) no Excel®, para que fosse possível fazer o acompanhamento do procedimento analítico dos dois casos citados anteriormente. Deve-se observar que os dados em verde são referentes a entrada, que faz com que o usuário possa fazer manuseio do mesmo, e possa ser adaptado para outras geometrias, materiais e comprimento de vãos, fazendo-se possível a aquisição dos valores dos 3 primeiras respostas modais dos Casos 1 e 2.

Figura 27 - Cálculo Analítico dos Modos Harmônicos par Viga bi apoiada

Cálculo das Frequências de Vibrações			
DADOS DE ENTRADA:			
E=	2E+11	PA	h= 0,3 m
I=	0,000225	m <sup>4</sup>	b= 0,1 m
M=	9420	N	L= 4 m
			d= 7850 kg/m <sup>3</sup>
FORMULAS PARA AS FREQUENCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÕES			
VIGA BI APOIADA			
1º Modo de Vibração			
$\omega_1 =$	42,63444	Hz	$\omega_1 = \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{ml^4}}$
2º Modo de Vibração			
$\omega_2 =$	170,5378	Hz	$\omega_2 = 4\pi^2 \sqrt{\frac{EI}{ml^4}}$
3º Modo de Vibração			
$\omega_3 =$	383,71	Hz	$\omega_3 = 9\pi^2 \sqrt{\frac{EI}{ml^4}}$

Figura 28 - Cálculo Analítico dos Modos Harmônicos por Viga engastada com borda livre.

Cálculo das Frequências de Vibrações					
DADOS DE ENTRADA:					
E=	2E+11	PA	h=	0,3	m
I=	0,000225	m4	b=	0,1	m
M=	9420	N	L=	4	m
			d=	7850	kg/m³
FORMULAS PARA AS FREQUENCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÕES					
VIGA ENGASTADA LIVRE					
1º Modo de Vibração					
$\omega_1 =$	15,1867 Hz		$\omega_1 =$	$(1,875)^2 \sqrt{\frac{EI}{ml^4}}$	
2º Modo de Vibração					
$\omega_2 =$	95,18028 Hz		$\omega_2 =$	$(4,694)^2 \sqrt{\frac{EI}{ml^4}}$	
3º Modo de Vibração					
$\omega_3 =$	266,6022 Hz		$\omega_3 =$	$(7,856)^2 \sqrt{\frac{EI}{ml^4}}$	

### 6.2.2 Dados Numéricos para Vigas Bi apoiadas e Engastadas com Borda Livre

Serão apresentados os dados dos Casos 1 e 2, pois com estes dados de frequências que serão encontrados a partir do programa ANSYS Workbench. As Figuras 29, 30, 31, 32, 33 e 34 representam, respectivamente, os comportamentos abordados das vigas bi apoiadas. Já as figuras 35, 36, 37, 38, 39 e 40, será utilizado os modos de vibração que foram estabelecidos anteriormente pelo método analítico, para que possa como base, tornando-se possível a validação do problema no software e posteriormente fazendo-se possível a verificação e que possam ser confrontados os dados, tornando-se a proposta inicial de validação dos modelos sendo confrontados, resultando em uma mostra de dados pertinente entre o valor encontrado pelo software e o método analítico. Demonstrando que o modelo numérico e válido para a análise do problema.

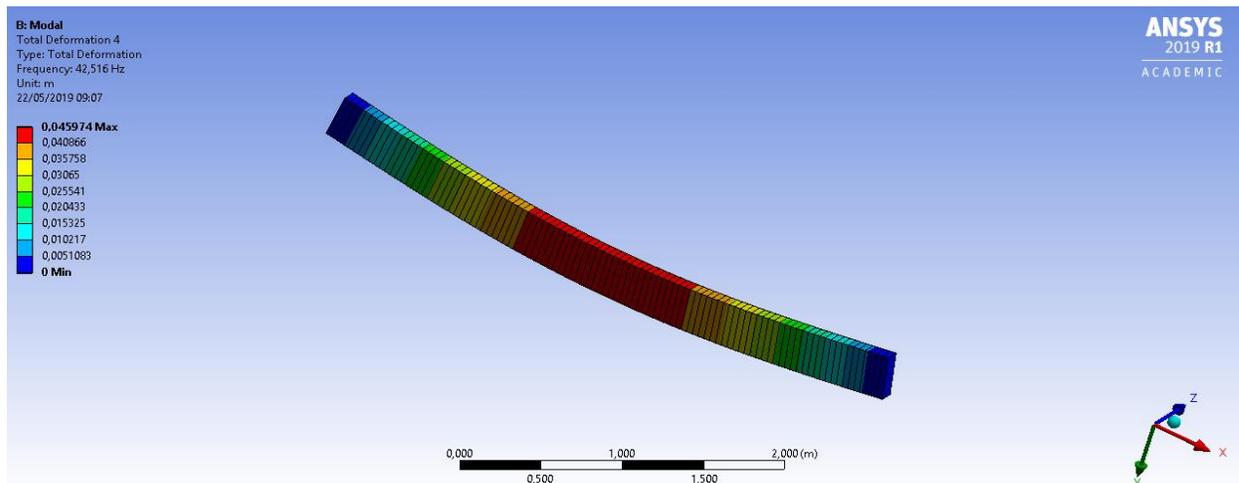
Os dados nas figuras 29, 31, 33, 35, 37 e 39, respectivamente, correspondem ao comportamento estrutural da viga bi apoiada (figuras 29, 31 e 33) e viga engastada com

borda livre (figuras 35, 37 e 39) e seus respectivos deslocamentos de acordo com o seu modo harmônico. A figura 30 para seu primeiro modo harmônico, a figura 32 para segundo modo harmônico e a figura 34 para o terceiro modo harmônico da viga bi apoiada e a figura 36 para o primeiro modo harmônico, figura 38 para o segundo modo harmônico e figura 40 para o terceiro modo harmônico da viga engastada com borda livre.

### 6.2.2.1 Comportamento Caso 1: Primeiro Modo de Vibração

O comportamento para o primeiro modo de vibração do Caso 1 é parecido ao comportamento de uma flecha estrutural, no qual ela deforma somente para onde a força do carregamento está sendo exercida, ou seja, no eixo y (figura 29) por tratarmos de um carregamento dinâmico ela deformará igualmente para o eixo y tanto positivo quanto o negativo, e a carga exercida em Hz para que essa deformação ocorra e de 42,512 Hz (figura 30), sendo que sua deformação mínima está sempre próxima às extremidades onde estão os apoios.

Figura 29 - Primeiro Modo de Vibração Viga bi apoiada



- Frequência gerada pelo primeiro modo harmônico

Figura 30 - Frequência de Vibração do Primeiro Modo de Vibração

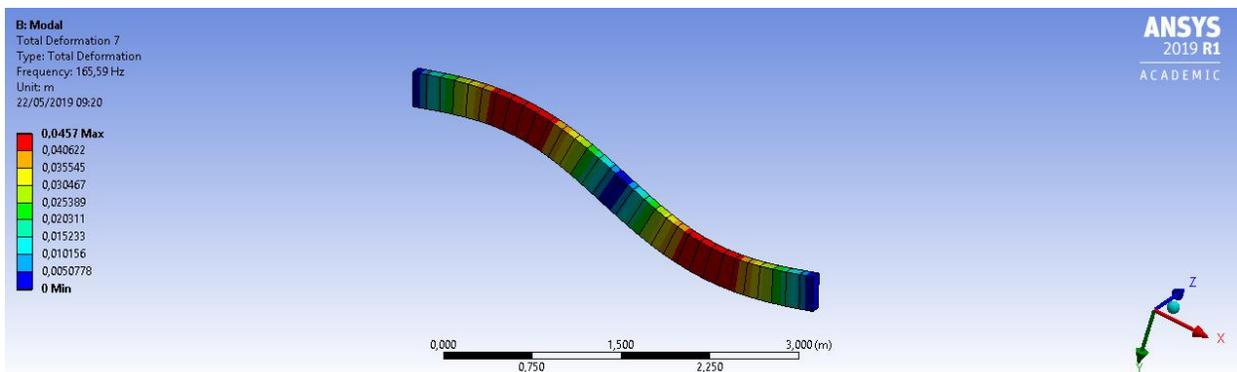
Tabular Data		
	Mode	Frequency [Hz]
1	1,	3,5753
2	2,	32,111
3	3,	42,516

Metric (m, kg, N, s, V, A) Degrees rad/s Celsius

### 6.2.2.2 Comportamento Caso 1: Segundo Modo de Vibração

O comportamento para o Caso 1 com o segundo modo de vibração ele já possui duas deformações dentro da peça, e os valores de transição entre os modos de vibração estão com uma diferença quase que ínfima, por conta disso a deformação é maior pelo fato de ser em dois pontos na peça (figura 31), para que essa deformação fosse alcançada foi necessário um aumento em sua frequência de 392% ou 123.08 Hz (figura 32), com deformação mínima sempre próximo aos apoios da peça.

Figura 31 - Segundo Modo de Vibração Viga bi apoiada



- Frequência gerada pelo segundo modo harmônico

Figura 32 - Frequência de Vibração do Segundo Modo de Vibração

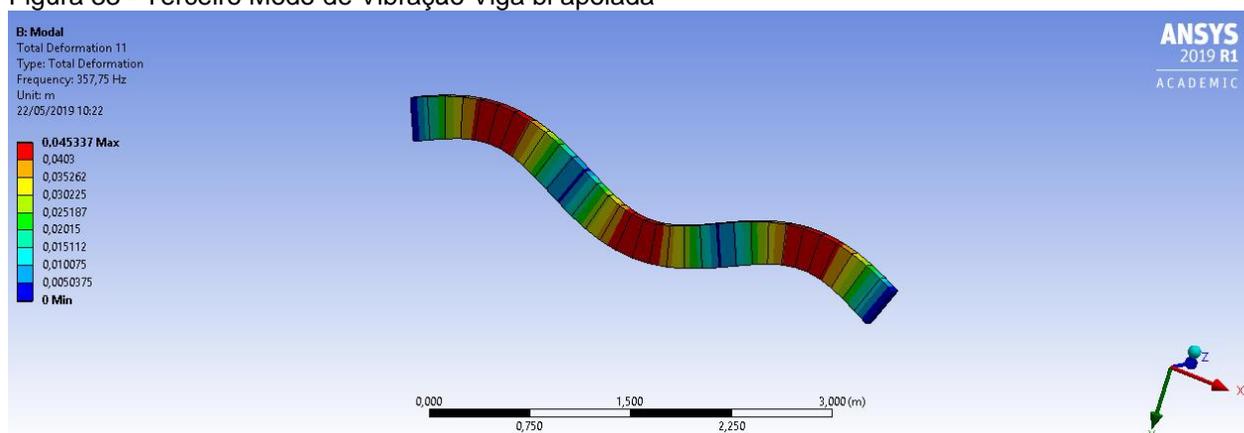
Tabular Data		
	Mode	<input checked="" type="checkbox"/> Frequency [Hz]
1	1,	3,5753
2	2,	32,111
3	3,	42,516
4	4,	88,827
5	5,	111,49
6	6,	165,59
7	7,	173,04
8	8,	283,77
9	9,	334,48
10	10,	357,75
11	11,	419,81
12	12,	557,47

Metric (m, kg, N, s, V, A) Degrees rad/s Celsius

### 6.2.2.3 Comportamento Caso 1: Terceiro Modo de Vibração

O comportamento para o Caso 1 e o seu terceiro modo de vibração, possível visualizar que o comportamento da viga já possui um ponto de deformação a mais (figura 10) que a prevista no seu segundo modo de vibração em sua deformação, e os valores permanecem os mesmos também vemos o valor da frequência para que se atinja este tipo de deformação houve um aumento de 216% ou 192,16 Hz (figura 10.1), e mantém sua deformação mínima onde se localizam seus apoios.

Figura 33 - Terceiro Modo de Vibração Viga bi apoiada



- Frequência gerada pelo terceiro modo harmônico

Figura 34 - Frequência de Vibração do Terceiro Modo de Vibração

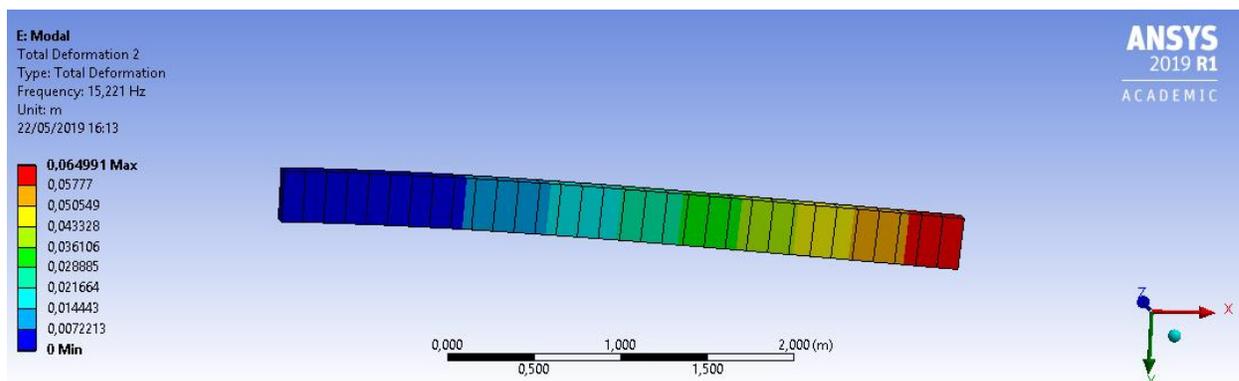
Tabular Data		
	Mode	Frequency [Hz]
5	5,	111,49
6	6,	165,59
7	7,	173,04
8	8,	283,77
9	9,	334,48
10	10,	357,75
11	11,	419,81
12	12,	557,47

Metric (m, kg, N, s, V, A) Degrees rad/s Celsius

### 6.2.2.4 Comportamento Caso 2: Primeiro Modo de Vibração

Para o primeiro modo de vibração do Caso 2 e próximo ao comportamento de uma flecha estrutural, no qual ela deforma para onde a força do carregamento está sendo exercida, ou seja, no eixo y (figura 35), mas por ser uma carga dinâmica ela fara o tanto para o eixo positivo quanto para o negativo em y, e a carga exercida em Hz para que essa deformação ocorra e de 15,221 Hz (figura 36), sendo sua deformação mínima está na extremidade onde a borda e engastada e sua deformação máxima em sua borda livre.

Figura 35 - Primeiro Modo de Vibração Viga Engastada com uma Borda Livre



- Frequência gerada pelo primeiro modo harmônico

Figura 36 - Frequência de Vibração do Primeiro Modo de Vibração

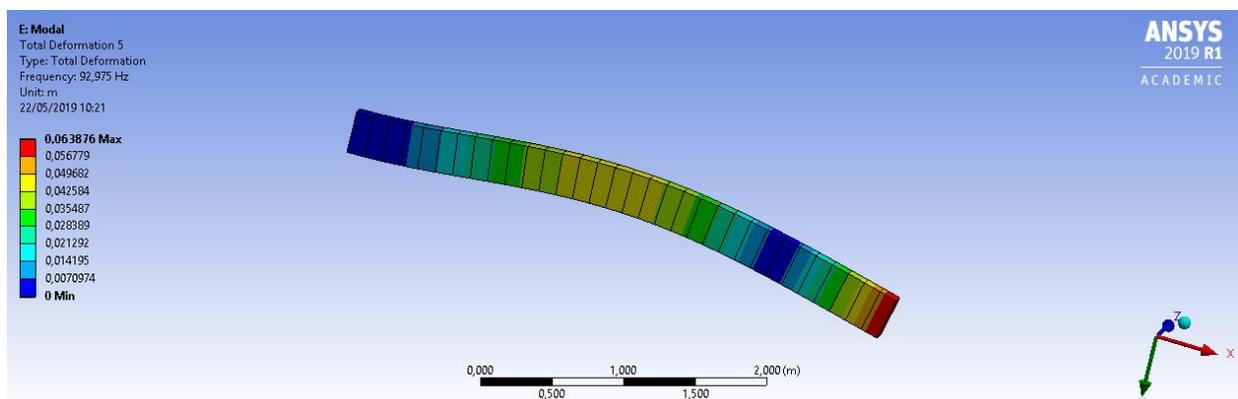
Tabular Data		
	Mode	<input checked="" type="checkbox"/> Frequency [Hz]
1	1,	5,0936
2	2,	15,221
3	3,	31,827
4	4,	88,699
5	5.	92.975

Metric (m, kg, N, s, V, A) Degrees rad/s Celsius

### 6.2.2.5 Comportamento Caso 2: Segundo Modo de Vibração

Para o Caso 2 e o segundo modo de vibração tem-se a deformação com carregamento, sendo máxima em sua borda livre e uma deformação média no ponto médio da viga, fazendo assim existir 2 pontos com deformações (figura 37). Esta deformação acaba sendo um caso que afetara mais a peça pelo fato de ser o mesmo carregamento e este está sendo distribuído em uma região maior dentro do comprimento da peça. Para que tal deformação ocorresse na peça houve um aumento na carga dinâmica de 613% ou de 77,754 Hz (figura 38), e sua deformação mínima foi mantida em sua borda livre.

Figura 37 - Segundo Modo de Vibração Viga Engastada com uma Borda Livre



- Frequência gerada pelo segundo modo harmônico

Figura 38 - Frequência de Vibração do Segundo Modo de Vibração

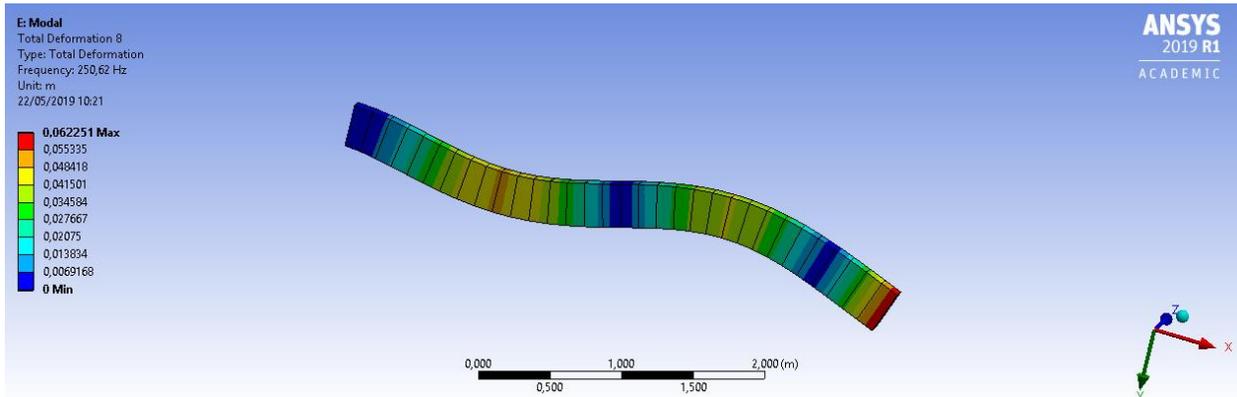
Tabular Data		
	Mode	Frequency [Hz]
1	1,	5,0936
2	2,	15,221
3	3,	31,827
4	4,	88,699
5	5,	92,975
6	6,	111,49
7	7,	172,64
8	8,	250,62
9	9,	282,95
10	10,	315,47
11	11,	334,48

Metric (m, kg, N, s, V, A) Degrees rad/s Celsius

### 6.2.2.6 Comportamento Caso 2: Terceiro Modo de Vibração

O caso 2 e seu terceiro modo de vibração, e visível no comportamento da viga que contém três pontos de deformação, o ponto com a maior deformação presente próximo a sua borda livre, a segunda deformação após a sua deformação mínima ao lado sua borda engastada sendo como sua segunda maior deformação, sendo os dois pontos mais críticos o primeiro e terceiro, com sua deformação mínima em sua borda livre (figura 39). A porcentagem de crescimento entre o segundo e terceiro modo de vibração foi um aumento de 269% ou 159,645 Hz para alcançar o mesmo.

Figura 39 - Terceiro Modo de Vibração Viga Engastada com uma Borda Livre



- Frequência gerada pelo terceiro modo de vibração

Figura 40 - Frequência de Vibração do Terceiro Modo de Vibração

Tabular Data		
	Mode	<input checked="" type="checkbox"/> Frequency [Hz]
1	1,	5,0936
2	2,	15,221
3	3,	31,827
4	4,	88,699
5	5,	92,975
6	6,	111,49
7	7,	172,64
8	8,	250,62
9	9,	282,95
10	10,	315,47
11	11,	334,48

Metric (m, kg, N, s, V, A) Degrees rad/s Celsius

### 6.2.3 Comparativo dos Dados Caso 1 e 2

A validação dos modelos de Casos 1 e 2 realizado analiticamente no Excel com as fórmulas apresentadas no referencial teórico e com o modelo numérico foi validado partindo das condições iniciais e de contorno apresentada para cada modelo.

Partindo dos dados da planilha estabelecida é feita uma correlação entre os valores, podemos encontrar a porcentagem efetiva para a validação dos dados e se com esta taxa de erros é possível ser feita a utilização do software em questão.

Os dados apresentados são satisfatórios como é possível ver na resposta apresentada nas figuras 41 e 42, o primeiro modo harmônico ele apresenta um taxa de

erro de 0% tanto para o Caso 1 quanto para o Caso 2. Porém para o segundo modo harmônico é existente um erro de 3% para Caso 1 e de 2% para o Caso 2 e para o terceiro modo harmônico para o Caso 1 foi gerado um erro de 7% e para o Caso 2 de 6%, sendo porcentagens aceitáveis.

Figura 41 - Validação da taxa de erro para viga bi apoiada

TAXA DE ERRO ENTRE SOFTWARE E PLANILHA		
42,516	0%	1º Modo Harmonico
165,59	3%	2º Modo Harmonico
357,93	7%	3º Modo Harmonico

Figura 42 - Validação da taxa de erro para viga engastada

TAXA DE ERRO ENTRE SOFTWARE E PLANILHA		
15,221	0%	1º Modo Harmonico
92,975	2%	2º Modo Harmonico
250,68	6%	3º Modo Harmonico

#### 6.2.4 Estudo de Caso 3 e Caso 4

As Figuras 43 e 45 apresentam a pior das hipóteses para os pórticos, na figura 43 foi escolhida dentre os outros modos harmônicos pelo fato de apresentar a maior deformação, e a frequência necessária para gerar essa deformação e apresentada na figura 44 e 46.

- **CASO 3**

Figura 43 - Pior Hipótese Modal do Pórtico Espacial com 1 nível

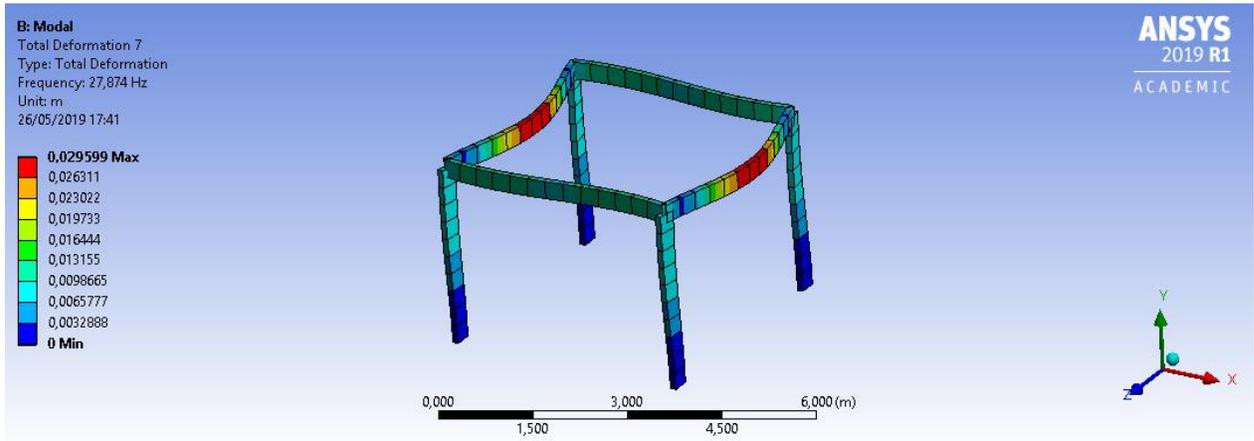


Figura 44 - Frequência Modal do Pórtico Espacial com 1 nível

Tabular Data		
	Mode	Frequency [Hz]
1	1,	6,5282
2	2,	9,1642
3	3,	15,064
4	4,	16,339
5	5,	19,756
6	6,	27,874
7	7,	30,688
8	8,	32,218

Metric (m, kg, N, s, V, A) Degrees rad/s Celsius

• **CASO 4**

Figura 45 - Pior Hipótese Modal do Pórtico Espacial com 2 níveis

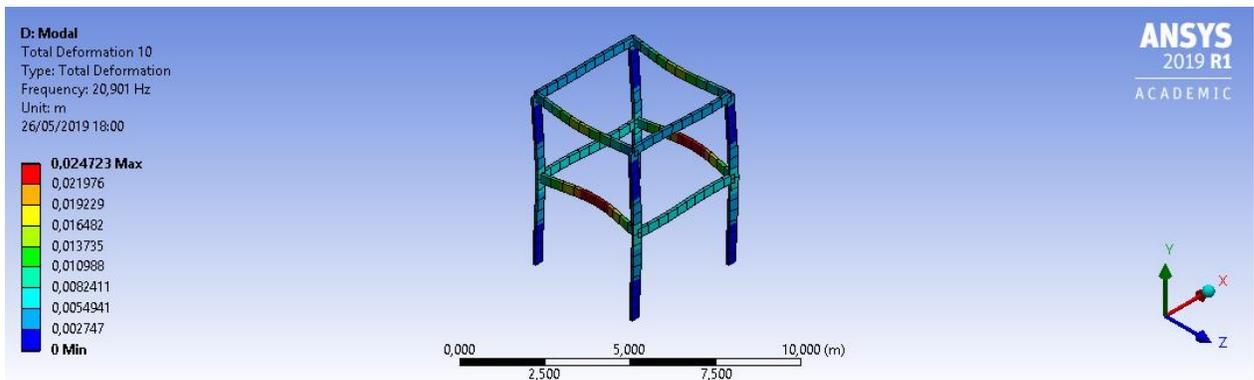


Figura 46 - Frequência Modal do Pórtico Espacial com 2 níveis

Tabular Data		
	Mode	Frequency [Hz]
5	5,	10,499
6	6,	12,825
7	7,	15,116
8	8,	18,754
9	9,	20,901
10	10,	26,088
11	11,	26,739

### 6.2.5 Respostas Harmônicas com Carregamento

As frequências utilizadas para ser feita as leituras das deformações estruturais para respostas harmônicas foram de acordo com a resposta máxima recebida com as resoluções modais no programa. Para o Caso 1 de 0 a 560 Hz e para o Caso 2 de 0 a 400 Hz, valores obtidos utilizando o software e com retorno de 12 respostas modais.

O comportamento para respostas harmônicas dos Casos 1 e 2 quando se é criado às análises com respostas harmônicas e necessário que seja incrementado carregamentos e possível visualizar no software, qual é sua amplitude máxima para tais frequências de acordo com o gráfico mostrado, segundo as figuras 47 e 50. É possível visualizar em cada peça o momento onde a peça sofrerá o maior dano com a frequência e sua amplitude máxima, nas figuras 49 e 52 vemos seu comportamento com sua deformação, e o valor que a peça sofrerá sua frequência e amplitude da peça figura 48 e 51 para o carregamento executado na estrutura.

Figura 47 - Gráfico da Frequência em Função da Amplitude Caso 1

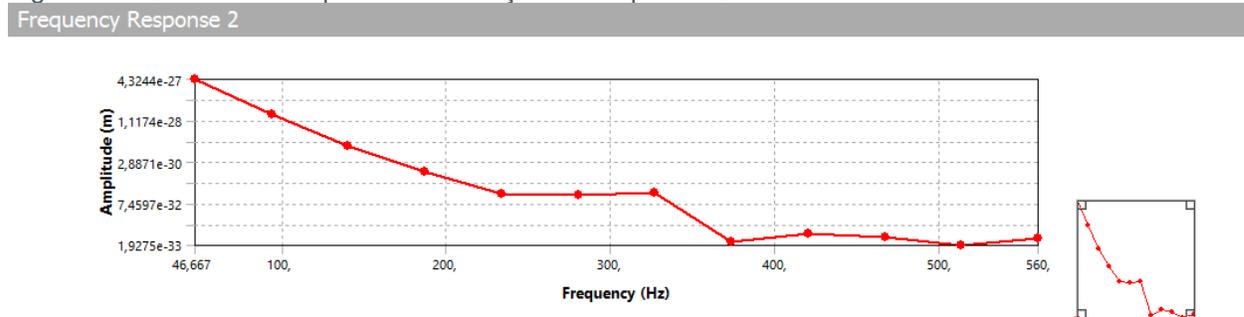


Figura 48 - Deformação Total para Amplitude máxima Caso 1

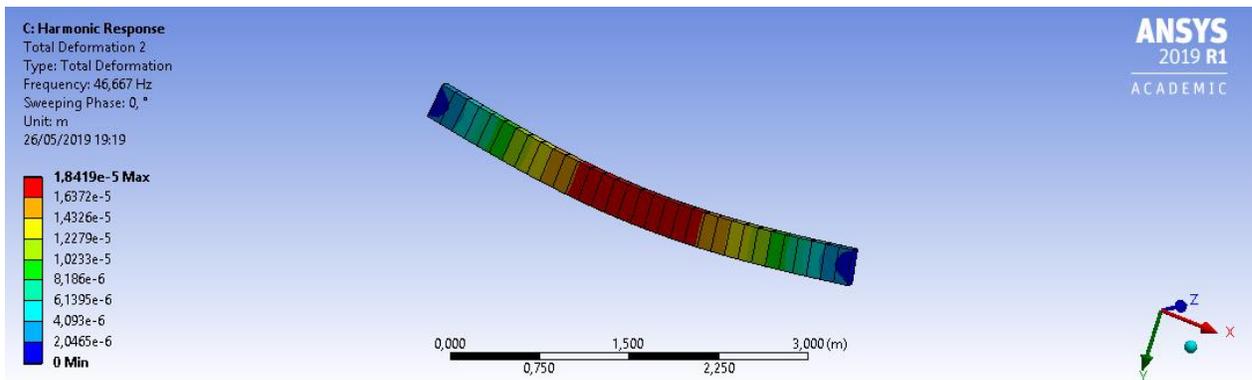


Figura 49 - Frequência e Amplitude máxima Caso 1

Tabular Data		
	Frequency [Hz]	<input checked="" type="checkbox"/> Amplitude [m]
1	46,667	4,3244e-027
2	93,333	2,0578e-028
3	140,	1,1693e-029
4	186,67	1,3174e-030
5	233,33	1,8419e-031
6	280,	1,6541e-031
7	326,67	1,9536e-031

Figura 50 - Gráfico da Frequência em Função da Amplitude Caso 2

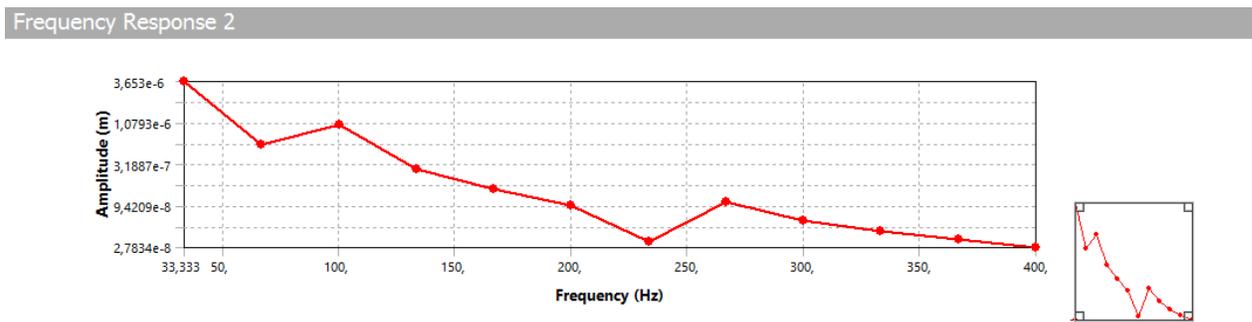


Figura 51 - Deformação Total para Amplitude máxima Caso 2

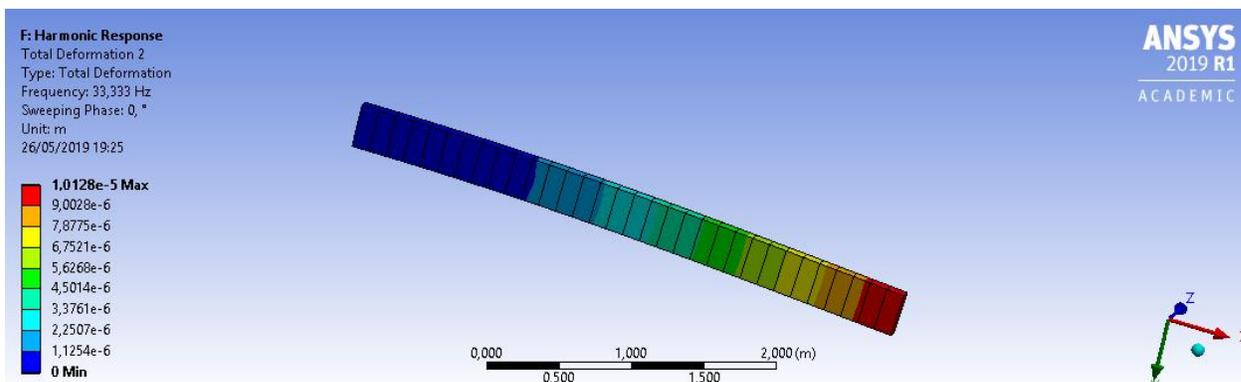


Figura 52 - Frequência e Amplitude Máxima Caso 2

Tabular Data		
	Frequency [Hz]	<input checked="" type="checkbox"/> Amplitude [m]
1	33,333	3,653e-006
2	66,667	5,6232e-007
3	100,	1,0124e-006
4	133,33	2,8076e-007
5	166,67	1,5664e-007
6	200,	9,4715e-008
7	233,33	3,3561e-008

As frequências utilizadas para ser feita as leituras das deformações estruturais para respostas harmônicas foram de acordo com a resposta máxima recebida com as resoluções modais no programa. Para o Caso 3 de 0 a 50 Hz e para o Caso 4 foi de 0 a 30 Hz. Valores obtidos utilizando o software e com retorno de 12 respostas modais.

Quando foi iniciada a criação das respostas harmônicas para o carregamento de 50N/m para cada viga dos pórticos espaciais, demonstrou o comportamento para sua deformação global nas figuras 54 e 57, o modelo foi escolhido por ser o momento onde a partir do gráfico das figuras 53 e 56 obtiveram-se suas amplitudes máximas (figuras 55 e 58) dentre todas as respostas harmônicas geradas pelo *software* que foram sugeridas no caso dentre todas as 12, sendo o momento que a peça estrutural sofre seu maior dano, pois a amplitude está relacionada com o movimento executado pela peça após o recebimento da carga dinâmica.

Figura 53 - Gráfico da Frequência em Função da Amplitude da Pior Hipótese Caso 3

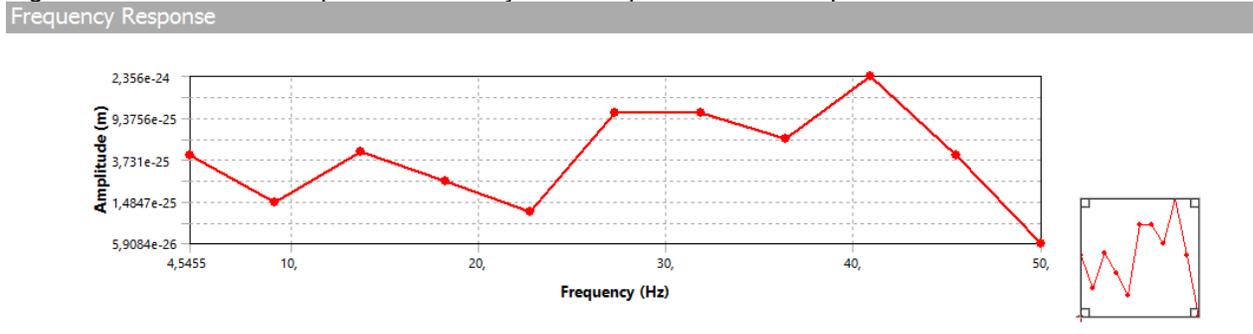


Figura 54 - Deformação Total da Pior Hipótese do Pórtico Espacial Caso 3

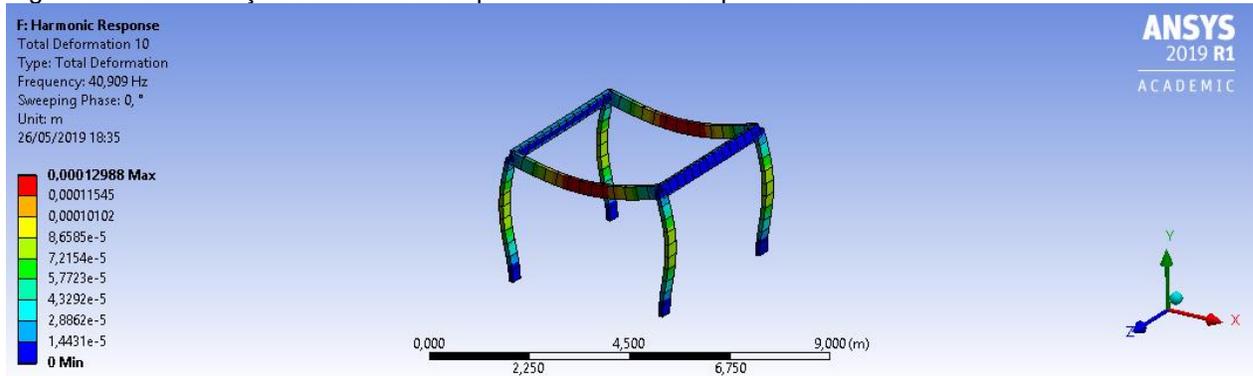


Figura 55 - Frequência e Amplitude Máxima Caso 3

Tabular Data

	Frequency [Hz]	Amplitude [m]
4	18,182	2,3634e-025
5	22,727	1,1817e-025
6	27,273	1,0635e-024
7	31,818	1,0635e-024
8	36,364	5,9084e-025
9	40,909	2,356e-024
10	45,455	4,1359e-025

Figura 56 - Gráfico da Frequência em Função da Amplitude da Pior Hipótese do Pórtico Espacial Caso 4

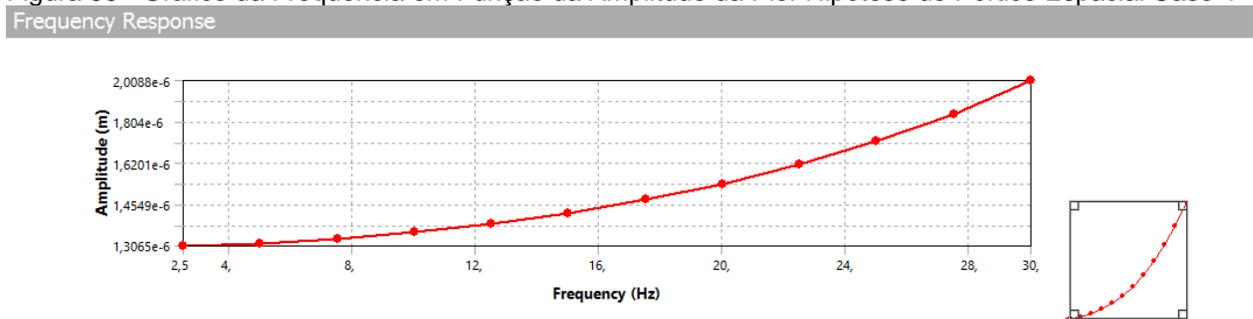


Figura 57 - Deformação Total da Pior Hipótese do Pórtico Espacial Caso 4

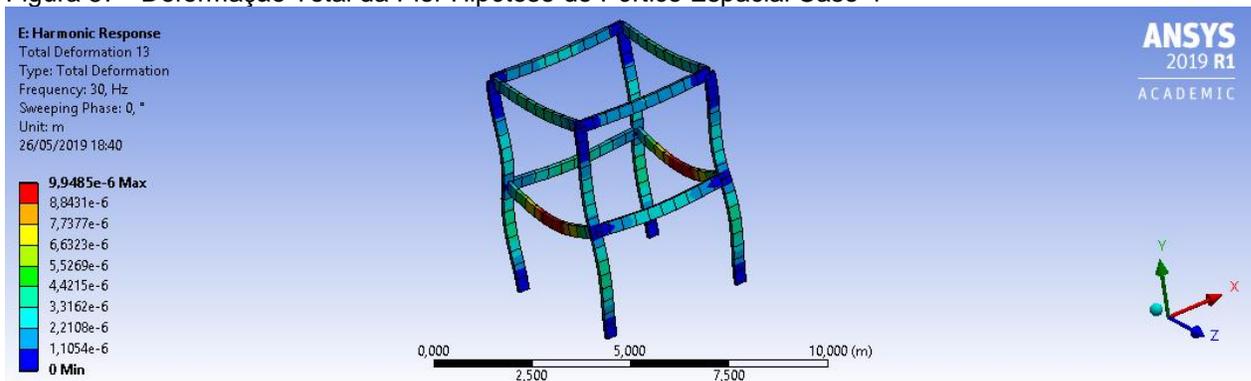


Figura 58 - Frequência e Amplitude Máxima Caso 4

Tabular Data		
	Frequency [Hz]	<input checked="" type="checkbox"/> Amplitude [m]
5	12,5	1,3842e-006
6	15,	1,4234e-006
7	17,5	1,4731e-006
8	20,	1,5357e-006
9	22,5	1,6143e-006
10	25,	1,7138e-006
11	27,5	1,8416e-006
12	30,	2,0088e-006

### 6.3 Considerações Finais

No presente capítulo foi possível constatar que o software ANSYS apresenta resultados válidos para utilização no estudo de cargas dinâmicas.

Pelo fato de se estar trabalhando com uma *cross section* e não com uma figura completamente sólida, quando é gerada as malhas não é possível determinar corretamente o tamanho da malha que se deseja trabalhar, mas sim sua resolução, com a resolução 1 e possível obter uma camada de 31 cm. Quanto mais se aumenta a resolução das malhas maior fica a distância dentre o resultado analítico e o numérico, isto sendo seguido para os 2º e 3º modos de vibração. Para o 1º modo de vibração quanto maior a resolução mais próxima do analítico ele se aproximava. Já para o caso da viga engastada 1º modo harmônico não houve mudança significativa para qualquer que fosse o aumento da resolução da malha. Já para o 2º modo quanto maior fosse à malha ou menor sua resolução era minimamente a mudança ocorrente, o mesmo

ocorrido para 2º modo de vibração ocorreu com o 3º modo de vibração. Ou seja pode ser utilizada qualquer uma das resoluções apresentadas pelo fato dos valores estarem realmente próximos. A mais indicada para utilização em um software de elementos finitos é a com a resolução mais baixa por se tratar de uma resposta computacional e dependendo do tipo de análise a ser executada quão maior for a malha em questão maior será a quantidade de tempo para que possa ser calculada pelo software.

Para que o caso 3 e 4 fosse possível de serem realizados, primeiramente foram realizados os casos 1 e 2 para validação de dados no software e quantificar a sua efetividade para esses modelos.

Compreender o comportamento das estruturas destacadas no trabalho e visualizar suas deformações e como essas estruturas recebem e reagem a carregamentos dinâmicos. Suas frequências naturais de vibração ou como foram citados anteriormente seus modos de vibração, nos quais foram utilizados o primeiro, segundo e terceiro modos de vibração para os Casos 1 e 2.

As taxas de erros apresentadas nos Casos 1 e 2, por serem porcentagem consideravelmente baixa são aceitáveis, podendo existir uma melhoria utilizando um modelo sólido com especificações melhores referentes as malhas executáveis no software, pois com um modelo sólido o usuário pode definir a malha que deseja trabalhar tridimensionalmente o que faz com que o resultado seja mais acurado.

## **7. CONCLUSÕES, PERSPECTIVAS E RECOMENDAÇÕES**

### **7.1 Síntese do Trabalho e Conclusões**

Neste trabalho foram feitos 4 estudos de caso a respeito das respostas modais e respostas harmônicas com o software ANSYS, foi utilizado como modelo no software corpos de linha com sua seção sendo construída por uma *cross section*, tanto para modelo em vigas como os modelos em pórticos.

- Caso 1 com uma viga bi apoiada
- Caso 2 com viga engastada com borda livre

- Caso 3 pórtico espacial com 1 nível
- Caso 4 pórtico espacial com 2 níveis.

Para os Casos 1 e 2 foram utilizados modelos analíticos para que fosse possível se fazer a validação dos casos propostos, para posteriormente se fazer a validação do modelo numérico. Feito os modelos no software, pode ser feito um comparativo a respeito dos valores encontrados com as formulas analíticas e os resultados encontrados com o software.

Quando se foi realizado o procedimento de comparativo, encontrou-se que e possível fazer análises dinâmicas com o software, escolhendo o modelo correto e se utilizando das condições iniciais, condições de contornos corretas e trabalhando com a malha correta se chega ao resultado mais próximo a realidade, se faz validas as informações.

Nos Casos 3 e 4 pode-se constatar o comportamento de cada uma das estruturas e possível visualizar as suas deformações máximas quando se ocorre as suas amplitudes máximas da mesma forma que nos Casos 1 e 2 foi demonstrado o mesmo para que conseguisse se validar a real valor de cada um dos mesmos.

A importância do estudo das frequências naturais de excitação de uma estrutura pois e partindo dela que posteriormente quando se ocorre uma frequência real em uma estrutura com modelo próximo ao proposto pode ocorrer ressonância ou entrar em colapso.

## **7.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

Pesquisas futuras que podem contribuir no desenvolvimento deste trabalho em direção a situações mais complexas ou ao aprimoramento das soluções apresentadas são citadas como propostas de sugestões para novos trabalhos:

- Estudo do comportamento de estruturas mais complexas;
- Validação de estruturas com modelos sólidos;
- Validação de dados para estruturas com reações a sismos reais;
- Utilizar o software para excitação estrutural com referência a cargas sísmicas;

- Encontrar como reduzir a porcentagem de erro para análises modais.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

ABREU, João Felipe Araújo Carneiro de. **Estudo computacional via ANSYS de vigas, arcos e anéis com restrições de contato impostas por bases elásticas**. 2016. 84 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Minas Gerais, 2016.

ALMEIDA, Fernando Flávio Marques de; NEVES, Benjamim Bley de Brito; CARNEIRO, Celso dal Ré. The origin and evolution of the South American Platform. **Earth-science Reviews**, [s.l.], v. 50, n. 1-2, p.77-111, maio 2000. Elsevier BV.  
[http://dx.doi.org/10.1016/s0012-8252\(99\)00072-0](http://dx.doi.org/10.1016/s0012-8252(99)00072-0).

ASSUMPÇÃO, Marcelo et al. Intraplate seismicity in Brazil. **Intraplate Earthquakes**, [s.l.], p.50-71, jan. 2014. Cambridge University Press.  
<http://dx.doi.org/10.1017/cbo9781139628921.004>.

ASSUMPÇÃO, Marcelo Sousa de; DIAS NETO, Coriolano de Marins. Sismicidade e Estrutura Interna da Terra. In: ASSUMPÇÃO, Marcelo Sousa de; DIAS NETO, Coriolano de Marins. Decifrando a Terra. 2. ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2000. Cap. 3. p. 44-62.

AYRES, Julia. **Entenda como o terremoto no Chile causou impactos em Santa Catarina**: Ondas de energia atravessaram o continente depois de um terremoto de 8,4 pontos na escala Richter. 2015. Disponível em:  
<<http://osoldiario.clicrbs.com.br/sc/cidades/noticia/2015/09/entenda-como-o-terremoto-no-chile-causou-impactos-em-santa-catarina-4849928.html>>. Acesso em: 24 mar. 2018.

BIANCHI, Marcelo B. de. **Sismologia**. 2016. Disponível em:  
<<http://www.iag.usp.br/~agg110/moddata/Sismologia/Aula00.pdf>>. Acesso em: 22 mar. 2018.

CAMPO JÚNIOR, Henrique Silva. **Procedimentos progressivos analíticos e numéricos para análise de barragens em arco**. 2011. 184 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2011.

CHANDRADHARA, G. P.. **Earthquake Effects on Structures**. [S.l.]: Aula, 20--?. 23 slides, color.

CLOUGH, Ray W.; PENZIEN, Joseph. **Dynamics of Structures**. 3. ed. Berkeley: Computer & Structures, 1995.

COELHO, Nailde de Amorim. **MÉTODOS ANALÍTICOS E NUMÉRICOS PARA O ESTUDO DOS EFEITOS TERMOMECÂNICOS NO CONCRETO MASSA ORIENTADOS ÀS BARRAGENS DE GRAVIDADE**. 2016. 275 f. Tese (Doutorado) -

Curso de Engenharia Civil e Ambiental, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2016.

CONGRESSO NACIONAL DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA, 16., 2016, Guarulhos. **Comportamento Dinâmico de uma viga engastada**. São Paulo: Semesp, 20--?. 8 p.

DECICINO, Ronaldo. **Terremotos no Brasil: Causas e consequências**. 2008. Disponível em: <<https://educacao.uol.com.br/disciplinas/geografia/terremotos-no-brasil-causas-e-consequencias.htm>>. Acesso em: 24 mar. 2018.

LAGACE, Paul A.. Professor Of Aeronautics & Astronautics And Engineering Systems. **Vibration of Continuous Systems**. 2001. Disponível em: <<https://ocw.mit.edu/courses/aeronautics-and-astronautics/16-20-structural-mechanics-fall-2002/lecture-notes/unit23.pdf>>. Acesso em: 21 nov. 2018.

MOTA, Nicholas Appes. **AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UMA LAJE DE GRANDE PORTE ATRAVÉS DE MODELAGEM COMPUTACIONAL E ANÁLISE EXPERIMENTAL**. 2013. 36 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenheiro Civil, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.

NOBREGA, Petrus Gorgonio Bulhoes; NOBREGA, Selma Hissae Shimura. PERIGO SÍSMICO NO BRASIL E A RESPONSABILIDADE DA ENGENHARIA DE ESTRUTURAS. **Holos**, [s.l.], v. 4, p.162-175, 9 set. 2016. Instituto Federal de Educacao, Ciencia e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN). <http://dx.doi.org/10.15628/holos.2016.4703>.

RIBEIRO, Fernando Brenha; MOLINA, Eder Cassola. **Geofísica: Uma breve introdução**. [S.l.]: Usp, 2014.

RIBEIRO, Paulo Marcelo Vieira. **UMA METODOLOGIA ANALÍTICA PARA A AVALIAÇÃO DO CAMPO DE TENSÕES EM BARRAGENS GRAVIDADE DE CONCRETO DURANTE TERREMOTOS**. 2006. 140 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2006.